

Leonard de Pise [Fibonacci], *Liber Abaci*, 1202. Traduction libre à partir de l'anglais par F. Métin, d'après **L.E. Sigler**, *Fibonacci's Liber Abaci, A Translation into Modern English of Leonardo Pisano's Book of Calculation*, Springer, New-York, 2002..

[p. 119 (77)]

*Ici commence la Sixième Partie du Septième Chapitre,
sur la Séparation des Fractions en Fractions Unitaires.*

Dans la première et la seconde parties de ce chapitre, nous avons enseigné la manière d'additionner plusieurs fractions. Dans cette partie, nous verrons comment écrire les fractions sous forme de sommes de fractions unitaires et, au vu des composantes d'une fraction, de trouver la partie entière ou les parties entières. [p. 78] Cette partie est divisé en sept distinctions, la première desquelles correspond au cas où le plus grand des deux nombres étant le dénominateur, est divisible par le plus petit, qui est au-dessus de la barre de fraction. La règle est la suivante : divise le plus grand par le plus petit et tu auras la partie du plus grand que représente le plus petit. Par exemple, nous désirons savoir quelle partie de l'unité représente la fraction $\frac{3}{12}$; pour cela, le nombre 12 est divisé par le nombre 3, ce qui donne 4, et pour cette raison tu diras $\frac{1}{4}$, et c'est la partie de l'unité que représente $\frac{3}{12}$. Et pour la même raison, $\frac{4}{20}$ est $\frac{1}{5}$ de l'unité ; $\frac{5}{100}$ en représente $\frac{1}{20}$, car 100 divisé par 5 donne 20, ce que tu comprendras pour les mêmes situations.

Ces règles pour la première distinction sont également divisées en trois parties, dont la première est appelée simple, la seconde composée et la troisième composée inverse. La simple est celle que j'ai déjà mentionnée. La composée est pour le cas où la simple est obtenue comme parties d'un autre nombre, comme avec $\frac{2 \cdot 0}{4 \cdot 9}$ ¹; ici, on trouve $\frac{2}{4}$ parties de 9 à partir de la règle simple de la première distinction. Ainsi, pour $\frac{2 \cdot 0}{4 \cdot 9}$, on trouve $\frac{1 \cdot 0}{2 \cdot 9}$, c'est-à-dire $\frac{1}{18}$, et pour $\frac{3 \cdot 0}{9 \cdot 10}$, on a $\frac{1 \cdot 0}{3 \cdot 10}$ [...]

La seconde distinction est utilisée dans le cas où le plus grand des deux nombres n'est pas divisible par le plus petit, mais qu'on peut faire du plus petit des parties qui divisent parfaitement le plus grand ; la règle en est telle : tu fais du plus petit des parties par lesquelles tu peux diviser le plus grand, et le plus grand est divisé par ces parties et tu auras les fractions unitaires exprimant le rapport du plus petit au plus grand.² Par exemple, si nous voulons séparer $\frac{5}{6}$ en somme de simples parties de l'unité : comme 6 n'est pas divisible par 5, ce $\frac{5}{6}$ ne répond pas à la première distinction, mais comme 5 est séparable en deux parties, en l'occurrence 3 et 2, par lesquelles le plus grand nombre, 6, est divisé, ce $\frac{5}{6}$ convient à la seconde distinction. Nous divisons 6 par 3 et 2, cela donne 2 et 3 ; du 2 provient $\frac{1}{2}$ et du 3, $\frac{1}{3}$; ainsi $\frac{5}{6}$ est égal à $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ de l'unité, la somme de $\frac{1}{3}$ et de $\frac{1}{2}$; ou bien, d'une autre façon, le $\frac{5}{6}$ est séparé en $\frac{3}{6}$ et $\frac{2}{6}$ et il sera la somme de ces deux fractions [...]

[p. 123 (81)] *De la Septième Distinction*

La septième distinction, dont la règle est fort utile, sert dans le cas où aucune des distinctions ci-dessus ne conviennent, en fait lorsque les parties sont mieux trouvées par cette règle que par certaines des distinctions ci-dessus, c'est-à-dire les seconde, troisième, quatrième, cinquième, sixième et septièmes distinctions [...] La règle de cette distinction est la suivante : lorsque tu divises le plus grand nombre par le plus petit et que le quotient n'est pas entier, considère le quotient entre ces deux nombres ; s'il arrive qu'il est compris entre 3 et 4, alors tu sauras que le plus petit nombre est inférieur à $\frac{1}{3}$ et supérieur à $\frac{1}{4}$ du plus grand, et s'il arrive qu'il est compris entre 4 et 5, alors le plus petit nombre est inférieur à $\frac{1}{4}$ et supérieur à $\frac{1}{5}$ du plus grand; tu dois faire ceci avec n'importe quel couple de nombres

1 Les fractions chez Fibonacci sont écrites à la manière arabe et de droite à gauche. Par exemple : $\frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{7 \cdot 11 \cdot 13}$ 2 est égal à $2 + \frac{6}{13} + \frac{5}{13 \times 11} + \frac{4}{13 \times 11 \times 7}$; ici, $\frac{2 \cdot 0}{4 \cdot 9}$ vaut donc $\frac{0}{9} + \frac{2}{9 \times 4} = \frac{2}{36}$, mais attention : $\frac{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3}{4 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 15} = \frac{3}{15} + \frac{1}{13 \times 15} + \frac{1}{2 \times 15} + \frac{1}{4 \times 15}$ (les numérateurs soulignés bloquant les dénominateurs.) Attention aussi, la barre de fraction n'est pas commune, il s'agit tout simplement de la somme des deux fractions.

2 En formule : $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{a} + \frac{b}{a}$

entiers, entre lesquels tombe le quotient ; ensuite, prends la fraction unitaire correspondant à la plus grande fraction du plus grand nombre que représente le plus petit et garde la différence qui reste maintenant, pour laquelle tu peux utiliser l'une quelconque des distinctions précédentes. Si toutefois la différence ne répond à aucune de ces distinctions, alors de cette différence prends à nouveau la fraction unitaire de la plus grande partie ; et tu dois faire cela jusqu'à ce qu'il ne reste que des parties qui s'accordent avec l'une des distinctions ci-dessus, ou jusqu'à ce que tu obtiennes toutes les parties plus petites que le plus grand nombre en fractions unitaires.

Par exemple, si nous voulons écrire $\frac{4}{13}$ sous forme de somme de fractions unitaires, le quotient de 13 par 4 tombe entre 3 et 4 ; c'est pourquoi $\frac{4}{13}$ de l'unité est plus petit que $\frac{1}{3}$ de l'unité et plus grand que $\frac{1}{4}$ de l'unité et nous savons alors que $\frac{1}{4}$ est la plus petite fraction unitaire que nous pouvons tirer de $\frac{4}{13}$. Car $\frac{13}{13}$ est l'unité, donc son quart, c'est-à-dire, $\frac{1}{4} \frac{3}{13}$ est un quart de l'unité ; tu soustrais donc $\frac{1}{4} \frac{3}{13}$ de $\frac{4}{13}$, il reste $\frac{3}{4} \frac{0}{13}$,⁴ ce qui, par la seconde distinction,⁵ est égal à $\frac{1}{4} \frac{1}{2} \frac{0}{13}$, c'est-à-dire $\frac{1}{52} \frac{1}{26}$; ou parce que $\frac{3}{4} \frac{0}{13}$ est aussi $\frac{3}{52}$, qui par la règle de la seconde distinction est aussi $\frac{1}{52} \frac{1}{26}$; par conséquent, nous avons trois fractions unitaires qui sont les parties pour $\frac{4}{13}$, et ce sont $\frac{1}{52} \frac{1}{26} \frac{1}{4}$.

3 Cas particulier car $13 = 3 \times 4 + 1$; en général : si $b = 4k + 1$, alors $\frac{1}{4} \times \frac{b}{b} = \frac{1}{4} \frac{k}{b}$.

4 $\frac{4}{13} - \frac{1}{4} = \frac{4}{13} - \left(\frac{3}{13} + \frac{1}{4 \times 13} \right) = \frac{1}{13} - \frac{1}{4 \times 13} = \frac{3}{4 \times 13} = \frac{3}{4} \frac{0}{13}$

5 Voir ci-dessus, la seconde distinction.