

## SOLUTION – 67.

On dit qu'un entier naturel (écrit en base 10) est **compressible** si on peut l'écrire avec moins de chiffres en utilisant les 5 opérations (addition, soustraction, multiplication, division, exponentiation) et des parenthèses.

Par exemple :  $2186 = 3^7 - 1$  et  $4802 = 2 \times 7^4$  sont compressibles.

- Quel est le plus petit entier compressible ?
- Démontrer que  $a = 123456789$  et  $b = 987654321$  sont compressibles.
- Mon numéro de sécurité sociale est compressible :

$$1461271153044 = 87 \times (360^4 + 60150) - 6 \quad \text{et le vôtre ?}$$

- Il est immédiat qu'il n'y a pas d'entier compressible à 1 ou 2 chiffres.

Avec 3 chiffres le seul espoir de compression est dans la forme  $xyz = a^b \geq 100$ .

Il n'y a que  $5^3 = 125$  ;  $2^7 = 128$  ;  $6^3 = 216$  ;  $3^5 = 243$  ;  $4^4 = 2^8 = 256$  ;  $7^3 = 343$

$8^3 = 512$  ;  $5^6 = 625$  ;  $3^6 = 9^3 = 729$ .

**Le plus petit est 125.**

- $9a = 1111111101 \Rightarrow 9a + 10 = \frac{10^{10} - 1}{9} \Rightarrow (10^{10} - 91) / 81 = 3 \times (6415^2 + 38) = a.$

- $9b = 8888888889 \Rightarrow 9b - 1 = 8 \times \frac{10^{10} - 1}{9} \Rightarrow (8 \times 10^{10} + 1) / 81 = b.$