

### SOLUTION – 73.

Un loto consiste en un tirage de **5** nombres parmi l'ensemble

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$$

Une grille (composée de 5 nombres de E) est gagnante si elle contient **au moins 3** numéros du tirage. Démontrer qu'on peut être sûr de gagner en jouant **10** grilles.

Soit l'ensemble des 5 grilles

$$G1 = \{ \{1, 2, 3, 4, 5\}; \{1, 2, 3, 6, 7\}; \{1, 4, 5, 6, 7\}; \{2, 4, 5, 6, 7\}; \{3, 4, 5, 6, 7\} \}$$

Soit l'ensemble des 5 grilles

$$G2 = \{ \{8, 9, 10, 11, 12\}; \{8, 9, 10, 13, 14\}; \{8, 11, 12, 13, 14\}; \{9, 11, 12, 13, 14\}; \{10, 11, 12, 13, 14\} \}$$

Tout tirage contient 3 numéros parmi  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

ou 3 numéros parmi  $B = \{8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$

*(En effet, si un tirage contenait au plus 2 éléments de A et 2 de B, il n'aurait pas 5 numéros !)*

Or on vérifie :

- que les grilles de G1 contiennent tous les triples  $\{a, b, c\}$  de A
- que les grilles de G2 contiennent tous les triples  $\{a, b, c\}$  de B

Donc l'une au moins des grilles de G1 ou de G2 (soit 10 grilles) est gagnante.