

**RALLYE MATHÉMATIQUE
DE BOURGOGNE
2015 : 33^e rallye**



Institut de Recherche Sur L'Enseignement des Mathématiques

Faculté Sciences Mirande - B.P. 47 870 - 21078 DIJON cedex

☎ 03 80 39 52 30 - Télécopie 03 80 39 52 39

e-mail "iremsecr@u-bourgogne.fr" - <http://irem.u-bourgogne.fr>

La ministre de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, Najat Vallaud-Belkacem, a lancé le 4 décembre 2014 au Palais de la Découverte une *stratégie mathématique*, basée sur trois axes essentiels : l'élaboration de programmes de mathématiques en phase avec leur temps, des enseignants mieux formés et mieux accompagnés, une image renouvelée des mathématiques. Ce dernier point n'est pas anodin car, si notre pays brille toujours au firmament des médailles Fields – la France détient la deuxième place derrière les États-Unis – force est de constater que l'image des mathématiques est fortement dégradée dans la société, ce qui rejaillit sur l'orientation de nos élèves. À l'instar de ce qui prévaut dans bien d'autres pays d'Europe de l'Est ou d'Extrême Orient, où la culture scientifique est mieux ancrée dans la société, les élèves français ne doivent plus rougir de dire qu'ils aiment les sciences et les mathématiques. Comme le déclarait récemment Artur Avila, lauréat de la médaille Fields en août 2014, « j'espère que mon parcours va donner aux jeunes l'envie de faire des mathématiques. Ce n'est pas une vraie carrière dans les esprits, tout le monde veut être ingénieur, médecin ou avocat. En fait, je crois que la plupart des gens ne savent pas que la recherche existe en mathématiques, ils pensent que c'est une discipline où tout est déjà achevé, défini et connu ». Pour faire apprécier cette belle discipline, école de rigueur et – on l'oublie trop souvent – d'imagination, la promotion du jeu à l'école et au collège est nécessaire. La résolution de beaux problèmes ludiques, tels que ceux que propose l'IREM à travers les rallyes, est tout aussi importante.

Le rallye mathématique des lycées de Bourgogne se caractérise par sa longévité et sa vitalité. Depuis 33 années, cette compétition permet aux lycéens de se mesurer à des plaisirs hélas trop peu pratiqués dans le cadre scolaire, notamment la recherche volontaire et le travail de groupe. Pour ce rendez-vous annuel, il faut se réjouir d'une participation en hausse, qui franchit cette année la barre des 700 élèves. Le maintien d'une bonne participation en Côte d'Or et en Saône et Loire, sa constante augmentation dans la Nièvre au cours des dernières années, sont également des objets de satisfaction.

En espérant que le rallye suscite les vocations scientifiques dont notre pays a grand besoin, il me reste à remercier et à féliciter tous les protagonistes. L'implication de chacun mérite d'être soulignée ; ainsi je tiens à remercier l'ensemble des acteurs qui ont tout mis en œuvre pour garantir la réussite de ce rallye : l'IREM et tous ses relais dans les lycées, les organisateurs pour leur constance et surtout les lycéens qui ont relevé les défis proposés.

Denis ROLLAND
Recteur de l'académie de Dijon
Chancelier de l'Université

Le rallye mathématique a cette année encore rencontré un vif succès, tant par le nombre d'établissements et d'élèves participants que par la qualité des réponses des équipes concurrentes.

La forte participation donne à cet évènement toute l'envergure qu'il mérite et permet d'offrir aux mathématiques une visibilité importante.

Le rallye mathématique est devenu, au fil des années, un rendez-vous incontournable. C'est un élément structurant qui donne une occasion supplémentaire aux lycéens de travailler en équipe dans une approche divertissante, captivante et vivante.

Ce nouveau succès est le fruit de l'investissement des équipes éducatives des lycées. Il n'aurait pas été possible sans le soutien des différents partenaires institutionnels ou privés. Le bon déroulement du rallye, sa pérennité et son ampleur, tiennent aussi à la qualité de son organisation à laquelle l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de l'Université de Bourgogne consacre une énergie importante. Je tiens à remercier vivement toutes celles et ceux qui ont contribué à cette édition. Ils démontrent une nouvelle fois que la coopération entre les établissements du secondaire, les services académiques, les collectivités, les entreprises et l'Université de Bourgogne est facteur de réussite.

Je félicite les lycéens qui ont participé à ce rallye mathématique. Pratiquer les mathématiques et apprendre à les apprécier favorise la réussite. En effet, c'est une discipline importante par elle-même mais aussi comme support ou complément d'autres disciplines.

Les mathématiques sont directement au cœur d'une part importante de la recherche et de l'innovation. Autrement dit, les mathématiques nous entourent chaque jour sans que nous n'y prêtions attention. Ce rallye mathématique contribue à donner aux lycéens une image attractive des mathématiques et je n'en doute pas donnera envie à certains d'entre eux de poursuivre leurs études supérieures en mathématiques à l'Université de Bourgogne et, pourquoi pas, de devenir de grands chercheurs.

Alain BONNIN,
Président de l'Université de Bourgogne

Malgré la désaffection des jeunes pour les études scientifiques, c'est plus de 700 lycéens qui sont venus un mercredi après-midi du mois de janvier 2015 dans leur lycée, alors qu'ils n'avaient pas cours, pour participer quatre heures durant à la 33^{ème} édition du Rallye Mathématique de Bourgogne. Encore cette année, cette manifestation est un grand succès !

Ce succès s'explique sûrement par la nature des sujets qui proposent des problèmes concrets, motivants et ludiques, faisant appel aux raisonnements logiques, au bon sens et aux connaissances du programme et par le type de défi, qui est un défi entre équipes de trois ou quatre lycéens.

Les principaux objectifs du Rallye sont de favoriser le travail en équipe et l'intelligence collective, de faire vivre les mathématiques à travers des situations originales et de valoriser les qualités d'imagination, de dynamisme et de créativité des lycéens, qualités qui leur seront précieuses dans leur cursus d'étudiant puis de professionnel.

Je remercie et félicite l'équipe de l'IREM de Dijon composée de Marc CHAMPAGNE, Michel LAFOND, Florian PLASTRE et Régis QUERUEL qui a organisé le rallye d'une main de maître : de la conception des sujets à l'organisation d'une remise des récompenses à l'Université, pour les lycéens de l'agglomération dijonnaise, en passant par la correction des copies et la rédaction de ce compte-rendu, c'est d'abord à eux que nous devons ce rallye.

Tous mes remerciements vont bien sûr également aux professeurs qui inscrivent leurs élèves et assurent le déroulement du rallye dans leur lycée et aux chefs d'établissement qui autorisent la mise en place de l'épreuve.

A l'an prochain pour la future édition du Rallye !

Camelia GOGA
Directrice de l'IREM

ÉNONCÉS 2015

① LES CAISSES

Il faut transporter 302 caisses de 5kg et 203 caisses de 9 kg dans des conteneurs pesant 25 kg à vide qui pour des raisons d'équilibre doivent tous peser une fois chargés entre 45 et 52 kg (inclus).

Combien faut-il de conteneurs au minimum ?

② CLASSEMENT

On classe dans l'ordre croissant les 5040 nombres de 7 chiffres écrits en permutant les chiffres 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7.

Dans la liste de ces nombres, le numéro 1 est 1234567, le numéro 2 est 1234576.

Quel est le numéro du nombre 3657412 ?

③ L'HERITAGE DU CHERCHEUR D'OR.

Tout au long de sa vie, un chercheur d'or a accumulé 25 pépites.

La 1^{ère} pépité pèse 10 grammes, la 2^{ème} pèse 11 grammes, la 3^{ème} pépité pèse 12 grammes, etc. ... la 25 pépité pèse 34 grammes.

Il veut conserver la pépité de 16 grammes pour lui et répartir les autres pépites entre ses trois fils de sorte qu'ils aient chacun le même nombre de pépites et le même poids en or.

Comment s'y prend-il ?

④ LES BONS COMPTES FONT LES BONS VOISINS

Dans un immeuble de 16 logements dont certains sont inoccupés, on a pu dresser, après enquête, le plan ci-contre, indiquant pour chacun des huit logements renseignés, le nombre de logements immédiatement voisins (par un côté ou un sommet) et qui sont occupés.

1	2	3	3
2	5		4
			1

Combien de logements sont occupés dans l'immeuble ?

⑤ MECHES

Trois mèches durent respectivement 64 secondes, 48 secondes et 24 secondes lorsqu'on les allume à un bout et moitié moins longtemps si on les allume aux deux bouts !

On ne peut pas les allumer ailleurs qu'aux extrémités.

Il est facile de chronométrer exactement une minute : On allume à un bout, et on laisse brûler la mèche de 48 secondes, puis on allume aux deux bouts celle de 24 secondes.

Mais comment chronométrer exactement 47 secondes ?

⑥ LES 13 CUBES

En plaçant un signe + ou un signe - dans chaque \square , faire en sorte que

$$\square 1^3 \square 2^3 \square 3^3 \square 4^3 \square 5^3 \square 6^3 \square 7^3 \square 8^3 \square 9^3 \square 10^3 \square 11^3 \square 12^3 \square 13^3$$

s'approche le plus possible de 2015.

⑦ 2×10^5

On écrit tous les nombres de 1 à 200 000 les uns à la suite des autres.

Le début est donc 1234567891011121314...

(Ici, on peut lire, par exemple, dans le début de l'écriture le nombre 12 deux fois)

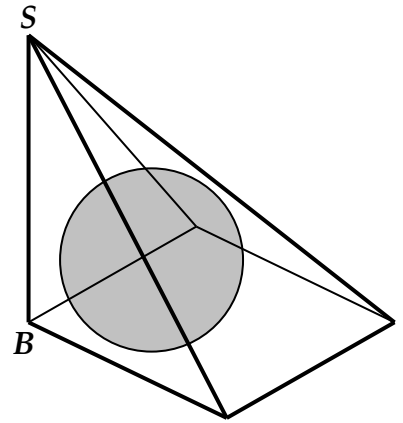
Combien de fois peut-on lire le nombre 2015 ?

8 LE MYSTERE DE LA GRANDE PYRAMIDE

Une pyramide à base carrée a son sommet (S) juste à la verticale d'un des sommets (B) de la base.

Les côtés de la base ainsi que la hauteur de la pyramide mesurent 140 m.

Peut-on mettre complètement une sphère de 41 m de rayon à l'intérieur de cette pyramide ?



9 LES 12 ALLUMETTES

On dispose de 4 allumettes de 5 cm et de 8 allumettes de 4 cm.

Peut-on les disposer sur un plan de manière à délimiter un polygone de 210 cm² ?

exercice	solution
1. Les caisses	Il faut au moins 129 conteneurs avec comme répartition possible 302 caisses de 5 kg et 203 caisses de 9 kg
2. Classement	3657412 est le 2015 ^{ème} nombre
3. L'héritage du chercheur	Il y a plusieurs solutions dont : 10 ; 13 ; 15 ; 21 ; 26 ; 29 ; 30 ; 34 11 ; 14 ; 18 ; 19 ; 20 ; 31 ; 32 ; 33 12 ; 17 ; 22 ; 23 ; 24 ; 25 ; 27 ; 28
4. Les bons comptes font les bons voisins	Il y a 9 logements occupés.
5. Mèches	On allume la mèche la plus courte aux deux bouts et les deux autres à un seul bout. Ensuite au bout e 12 s, on allume la mèche moyenne au deuxième bout. Au bout de 18 s, on allume le deuxième bout de la dernière mèche.
6. Les 13 cubes	Par exemple : $1^3 + 2^3 + 3^3 - 4^3 - 5^3 - 6^3 + 7^3 + 8^3 + 9^3 - 10^3 + 11^3 - 12^3 + 13^3 = 2015$
7. 2×10^5	On lit 162 fois le nombre 2015
8. Le mystère de la grande pyramide	La pyramide peut contenir la sphère
9. Les 12 allumettes	Il est possible de concevoir un polygone ayant 210 pour aire.

2. LA PARTICIPATION.

Le 33^{ème} Rallye mathématique de Bourgogne des lycées s'est déroulé le mercredi 28 janvier 2015.

Il a concerné :

26 lycées

215 équipes

708 participants.

Voici l'évolution de la participation ces dernières années :

Année	Côte d'Or	Nièvre	Saône et Loire	Yonne	total des participants
2008	266	139	255	108	768
2009	371	74	181	97	723
2010	303	82	226	101	712
2011	281	122	145	90	638
2012	304	104	140	30	578
2013	298	134	84	34	550
2014	263	131	148	39	589
2015	309	197	149	53	708

Les effectifs par lycée et par niveau sont récapitulés ci-après.

Niveau I : secondes

Niveau II : premières et terminales non scientifiques

Niveau III : premières S

Niveau IV : terminales S

		Lycées	Equipes					participants				
			I	II	III	IV	Total	I	II	III	IV	Total
Côte d'or	8 lycées	Marey - BEAUNE	0	0	0	1	1	0	0	0	4	4
		Stephen Liegeard - BROCHON	4	2	5	2	13	13	8	18	6	45
		Eiffel - DIJON	4	0	11	7	22	16	0	34	22	72
		Carnot - DIJON	5	1	6	3	15	16	3	23	9	51
		Castel - DIJON	3	0	0	0	3	5	0	0	0	5
		Charles de Gaulle - DIJON	7	4	2	3	16	24	10	7	9	50
		St Joseph - DIJON	7	0	9	3	19	22	0	32	12	66
		Anna Judic - SEMUR EN AUXOIS	3	0	2	1	6	9	0	6	1	16
Nièvre	4 lycées	Romain Rolland - CLAMECY	2	0	1	0	3	6	0	4	0	10
		Maurice Genevoix - DECIZE	3	1	4	1	9	11	4	14	3	32
		Alain Colas - NEVERS	9	0	5	15	29	28	0	20	54	102
		Jules Renard - NEVERS	7	0	7	3	17	23	0	21	9	53
Saône et Loire	9 lycées	Lycée militaire - AUTUN	3	0	0	2	5	10	0	0	8	18
		Mathias - CHALON SUR SAÔNE	1	1	0	1	3	4	1	0	2	7
		Niepce - CHALON SUR SAÔNE	1	1	3	1	6	2	1	12	2	17
		Julien Wittmer - CHAROLLES	2	0	0	0	2	6	0	0	0	6
		La Prat's - CLUNY	2	0	1	0	3	8	0	3	0	11
		Léon Blum - LE CREUSOT	7	1	8	0	16	25	4	31	0	60
		Lamartine - MACON	2	0	1	0	3	7	0	4	0	11
		Henri Parriat - MONTCEAU LES MINES	2	1	1	0	4	6	1	4	0	11
Gabriel Voisin - TOURNUS	2	0	0	0	2	8	0	0	0	8		
Yonne	5 lycées	Jacques Amyot - AUXERRE	0	1	1	0	2	0	2	4	0	6
		Parc des Chaumes - AVALLON	2	0	0	0	2	8	0	0	0	8
		Louis Davier - JOIGNY	2	0	0	2	4	6	0	0	6	12
		Chevalier d'Eon - TONNERRE	2	1	1	2	6	6	1	3	8	18
		Pierre Larousse - TOUCY	1	0	1	2	4	1	0	2	6	9
26 lycées		TOTAL	83	14	69	49	215	270	35	242	161	708

3. L'ORGANISATION.

L'IREM (Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques), dépendant de l'Université de Bourgogne, est l'organisateur du rallye.

Le financement est assuré par l'IREM et la Délégation Régionale à la recherche et à la Technologie (DRRT).

L'élaboration des sujets et la correction des copies sont assurées dans le cadre de l'IREM par : Marc CHAMPAGNE, Michel LAFOND, Florian PLASTRE et Régis QUERUEL.

Trois autres personnes ont participé au choix définitif des sujets : Robert FERACHOGLU, Frédéric LEMASSON, Maurice NUSSBAUM.

Il faut remercier tout spécialement :

Monsieur le Recteur de l'Académie de Dijon, Mesdames et Messieurs les Chefs d'Établissement, Adjoints et CPE, qui ont autorisé et permis la mise en place du Rallye.

Robert FERACHOGLU, IA-IPR de mathématiques, qui a accepté de co-bayer le sujet.

Camelia GOGA, Directrice de l'IREM.

Tous les professeurs qui ont bénévolement assuré l'organisation matérielle du Rallye dans leur établissement et la surveillance de l'épreuve.

Céline PETITJEAN, qui est responsable à l'IREM de la "logistique" du Rallye et de la publication de cette brochure.

Jacqueline DESPLANTES, gérante de la librairie « L'école buissonnière » à Semur en Auxois.

Tous ceux qui ont bien voulu chercher les problèmes posés et nous faire part de leurs idées, par courrier, par la presse régionale ou par Internet.

Et bien évidemment les 704 Bourguignons qui ont travaillé durement.

4. LA RÉUSSITE.

Exercice	Nombre d'équipes	Proportion d'équipes ayant abordé le problème	Proportion d'équipes ayant donné la bonne réponse
1. Les caisses	97	97%	32%
2. Classement	97	79%	10%
3. L'héritage du chercheur	97	98%	39%
4. Les bons comptes font les bons voisins	215	99%	83%
5. Mèches	215	82%	22%
6. Les 13 cubes	215	99%	43%
7. 2×10^5	118	91%	43%
8. Le mystère de la grande pyramide	118	88%	15%
9. Les 12 allumettes	118	71%	3%

Les meilleures équipes sont :

Niveau I (secondes)

**L'équipe : [Combret Martin - Bouillien Louis - Sollic Louis - Rozier Valentin]
du lycée Charles De Gaulle de Dijon avec 51 points sur 60.**

Niveau II (premières et terminales non scientifiques)

**L'équipe : [Challet Claire - Back Lisa - Charpentier Gaetan - Schattner Louis]
du lycée Stephen Liegeard avec 37 points sur 60.**

Niveau III (premières S)

**L'équipe : [Maurice Jordan - Listwan Romain - Zanini Quentin]
du lycée Stephen Liegeard avec 52 points sur 60.**

Niveau IV (terminales S)

**L'équipe : [Couturier Léo - Vatan Quentin - Chaudron Arthur - Delor Clément]
du lycée Gustave Eiffel de Dijon avec 54 points sur 60.**

Nous déclarons meilleure équipe du rallye 2015

**Couturier Léo - Vatan Quentin - Chaudron Arthur - Delor Clément
du lycée Gustave Eiffel de Dijon**

5. LE PALMARÈS.

Seules les équipes de moins de 5 élèves seront récompensées

Secondes

1	Combret Martin - Bouillien Louis - Sollic Louis - Rozier Valentin	Lycée Charles de Gaulle
2	Benoit Marie Charline - Lebreton Maxime - Lebreton Marine - Debrabant Corentin	Lycée Parc des Chaumes
3	Piso Hanna - Jubert Camille - Latadie Romain	Lycée Romain Rolland
4	Mulot Lendy - Seroul Brayan	Lycée Chevalier d'Eon
5	Berron Claire - Schuler Solène - Perraud Benjamin - Lachaux Bastien	Lycée Lamartine
6	Moriot Florian - Morizot Marvin - Mouillon Baptiste - Mulletier Lucas	Lycée Gustave Eiffel
7	Chevillard Ophélie - Chevillard Guillaume - De March Léa - Chirat Ludivine	Lycée Chevalier d'Eon
8	Bennaga Ilyes - Amelaine Samuel - Pillet Adrien - Jezequel Louis	Lycée Jules Renard
9	Gauthé Maëlys - Conti Leslie Tom - Bayou Charles - Auzière Thibaud	Lycée Charles de Gaulle
10	Antonini Hugo - Bernachon Martin - Duchesne Mathis Arthur - Mathivet Emeric	Lycée Léon Blum
11	Nguyen Tu Linh - Duwa Côme - Bonnet Guillaume - Planchon Yan	Lycée Alain Colas
12	Dupic Alexandra - Gachet Héloïse - Very Manon	Lycée Carnot
13	Lemoine Julien - Martinet Yannick - Séraphin Alexandre	Lycée Louis Davier
14	Jirsa Adam - Kasnik Jan	Lycée Carnot
15	Jeannelle Hugo - Colpart Louis - Desbrosses Adrien - Triomphe Tommy	Lycée La Prat's
16	Bois Lola - Buisson Fanny - Pistoia Lucas - Richez Anaëlle	Lycée Henri Parriat
17	Eruimy Victor - Ishow Alexander - Fauque Baptiste - Vindy Marcel Simon	Lycée Saint Joseph
18	Ponge Antoine - Bonnot Théotime - Chevalier Maxence	Lycée Romain Rolland
19	Lamaurie Clément - Buy Bénédicte - Lenglois Raphaël - Bayle Ernest	Lycée Carnot
20	Trabet Ronan - Bonneau Audry - Basset Valentin - Latroupe David	Lycée Léon Blum
21	Guyot Morgane - Delavier Hélène - Coelho Juliette - André Gaëlle	Lycée Jules Renard

Premières et terminales non scientifiques

1	Challet Claire - Back Lisa - Charpentier Gaetan - Schattner Louis	Lycée Stephen Liegeard
2	Labbal Antonin	Lycée Chevalier d'Eon
3	Joigneault Vincent	Lycée Mathias
4	Vaissié Biscaye Julia - Petiot Clara - Gerbeault Aurélien	Lycée Charles de Gaulle
5	Regnier Clément - Marceau Maxime - Szkolnik Théo - Rozez Baptiste	Lycée Maurice Genevoix
6	Nikonorov Nikita - Petident Thomas	Lycée Jacques Amyot
7	Lassarat Théo	Lycée Nicephore Niepce

Premières scientifiques

1	Maurice Jordan - Listwan Romain - Zanini Quentin	Lycée Stephen Liegeard
2	Yang Michael - Patel Nilesh - Bocquez Thomas	Lycée Chevalier d'Eon
3	Sinzelle Robin - Buzer Thomas - Durante Etienne	Lycée Gustave Eiffel
4	Benoit Benjamin - Hodar Armand - Carrière Chloé - Mouchon Elliot	Lycée Charles de Gaulle
5	Bridou Arnaud - Miret Alizée - Iandiorio Elise - Napiot Mathilde	Lycée Maurice Genevoix
6	Abiad Titouan - Deniau Nicolas - Dolleans Geoffrey - Marechal Rémi	Lycée Léon Blum
7	Tell Théo - Variot Etienne - Jobert Emma	Lycée Anna Judic
8	Galopin Camille - Feroul Lenny - Pitois Léa - Pautrat Lucie	Lycée Stephen Liegeard
9	Magniol Clément - Lucat Alexandre - Jacotot Louis	Lycée Stephen Liegeard
10	Moreau Sarah - Bucaille Pauline - Lavigne Emma louise - Hontang Irène	Lycée Nicéphore Niepce
11	Brezault Antoine - Pichot Kim - De Souza Sacha - Dekker Jamila	Lycée Romain Rolland
12	Bontems Romain - Minier Antoine - Augrandenis Aurélie	Lycée Jules Renard
13	Bossu Alix - Bultel Antoine - Carra Matéo - Fis Yohan	Lycée Carnot
14	Bart Simon - Havard Constance - Girard Adrian - Pennequin Adèle	Lycée Stephen Liegeard
15	Latasse Zainab - Magnosi Camille - Phelippeau Valentine - Nugues William	Lycée Henri Parriat
16	Boiraud Léonard - Coquillard Hugo - Misset Constance - Lallement Camille	Lycée Carnot
17	Ader Jules - Bobillier Gautier - Jouffroy Victoire - Loiseau Léna	Lycée Carnot

Terminales scientifiques

1	Couturier Léo - Vatan Quentin - Chaudron Arthur - Delor Clément	Lycée Gustave Eiffel
2	Benard Guillaume - Falcone Thibaut - Bralet Antoine - Servin Valentin	Lycée Chevalier d'Eon
3	Jacquet Fabien - Darraud Félix - Georgelin Hélène	Lycée Alain Colas
4	Acoca Samson - Baillet Théo - Dampt Théo - Thomas Hugo	Lycée Chevalier d'Eon
5	Otzenberger Théodore - Sihr Hugo - Roullet Lucas - Colnot Nathan	Lycée Alain Colas
6	Gout Pierre - Reitz Antonin - Capela Tony Miguel - Fandard Sacha	Lycée Charles de Gaulle
7	Guidet Ulysse - Peucheret Léa - Vandroux Marie - Geraci Pierre	Lycée Gustave Eiffel
8	Omar Alexandre - Achag Ilyas - Challet François	Lycée Stephen Liegeard
9	Zekraoui Zinedine - Thomas Benjamin	Lycée Jules Renard
9	Denoël Louis - Dupuy Lucie - Oville Simon	Lycée Jules Renard
11	Nocquard Vivien	Lycée Anna Judic
12	Thibault Arthur - Aparicio Théo - Picard Ange	Lycée Louis Davier
13	Loctin Alexandre - Dort Jules - Rabdeau Benjamin - Rodriguez Mazoyer Roland	Lycée Maurice Genevoix
14	Allègre Hugo - Buchholtz Clara - Koldewej Clara - Koldewej Maud	Lycée Alain Colas

Élèves cités, non récompensés.

Secondes

Grguric Eddy - Dignat Charlotte - Deroubaix Hugo	Lycée Louis Davier
Fleisch Viard Clara - André Eléa - Sandré Marie - Albert Camille	Lycée Jules Renard
Maitre Adeline - Edy Germain - Poillotte Lucas - Gonzalez Mattéo	Lycée Charles de Gaulle
Cathelain Romain - Rousseau Paul - Regnier Jokim - Yang Crosson Fabien	Lycée militaire d'Autun
Bureau du colombier Bénédicte - Crespin Florence - Escrig Michel - Grondin Félix	Lycée Charles de Gaulle
Benet Pierre - Arocena Nathan - Jurkowski Antoine	Lycée Anna Judic
Billard Tiphaine - Jousseau Valentin - Jousseau Hermine	Lycée Jules Renard
Marlaix Edouard - Zanetha Pierre - Sublet Clément	Lycée Saint Joseph
El Jaid Alexandre - Dinouraini Faiz - Hoenen Martignon Alex	Lycée militaire d'Autun
Lambert Julie - Lanzini Laura - Urli Margaux	Lycée Stephen Liegeard
Leduque Mathis	Lycée Castel
Augagneur Antoine - Molière Hugo	Lycée Wittmer
Henguely Pierre - Benas Nicolas - Penigot Etienne - Gothuey Nello	Lycée Gabriel Voisin

Premières et terminales non scientifiques

Laquieze Selim	Lycée Henri Parriat
Carron Léna - Courtois Margaux - Dumont Clothilde	Lycée Carnot
Clément Rebecca - Leclere Amélie	Lycée Charles de Gaulle
Juillot Dylan - Terville Tristan - Dominguez Axel - Djebari Abdelhak	Lycée Léon Blum
Kleinhans Anthony - Marquet Arthur - Meugnier Guillaume	Lycée Charles de Gaulle

Premières scientifiques

Jovevié Milian - Pineau Paul - Cabrillana Alban - Lespinasse Jérémie	Lycée Saint Joseph
Aubert Maxime - Jacob Marine - Bertrand Anthony - Coenté Camille	Lycée Jules Renard
Sautel Chloé - Ribeiro Léna - Clément Julien - Piroche Jonathan - Delmas François	Lycée Léon Blum
Javouhey Alice - Portalier Antoine - Thibaut Esteban	Lycée Carnot
Peron Alice - Renaudin Apolline - Poncelet Léa - Magni Clarisse	Lycée Alain Colas
Hida Mariam - Schaeffer Paul - Simon Claire - Virely Mélia	Lycée Stephen Liegeard
Brun Charlotte - Kerbage Lara - Andriany Marion - Sdomampionona Daniel	Lycée Saint Joseph
Baudry Quentin - Curtil Théodore - Marc Maximilien - Tanji Sofiane	Lycée Saint Joseph
Liodenot Marine - Hiceb Kaïs - Charreau Bastien - Perruchet Louis	Lycée Léon Blum
Borderieux Amélie - Foury Inès - Ovide Honorine - Vadrot Sidonie	Lycée Alain Colas
Bourdiau Emilie - Boushiq Sophia - Mallamaci Lisa	Lycée Léon Blum
Breton Charlotte - Detang Lucie - Otmani Sarah - Tapia Solène	Lycée Léon Blum

Terminales scientifiques

Shen Rubeng - Jamoui Yacine	Lycée Carnot
Thellier Elio - Lacombe Marianne - Letellier Jade - Cartigny Loïs	Lycée militaire d'Autun
Delvaux Louis - Rollin Guillaume	Lycée Mathias
Josselin Ludye Ann - Coquinot Baptiste - Laine Valentine	Lycée Louis Davier
Leflaive Margot - Saurel Claudie - Genestier Alice - Monchablon Marie	Lycée Marey
Richer Antoine - Trassoudaine Tom	Lycée Pierre Larousse
Judes Erwan - Carré Benjamin - Tavernier Adrien - Brice Léonard	Lycée Pierre Larousse
Belin Audry - Bucaille Aurélien - Cabrita Joseph - Houette Cyprien	Lycée Saint Joseph
Rubin Louison - Aldebert Robin - Meritet Quentin	Lycée Alain Colas
Bocquillon Emmanuel - Dalerx Maxime	Lycée Nicéphore Niepce

6. LE CORRIGÉ.

① LES CAISSES

Un conteneur peut contenir entre $45 - 25 = 20$ et $52 - 25 = 27$ kg.

Supposons qu'on ait à disposition un nombre illimité de caisses de 5 et 9 kg.

Si un chargement comporte exactement 302 caisses de 5 kg et 203 caisses de 9 kg, et si un conteneur n'est pas chargé au maximum comme par exemple $5 + 5 + 9 = 19$ kg, on peut toujours le compléter (ici on ajouterait une caisse de 5 kg).

Les contenants (maximums) peuvent être :

$$a \quad 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 25$$

$$b \quad 5 + 5 + 5 + 9 = 24$$

$$c \quad 5 + 9 + 9 = 23$$

$$d \quad 9 + 9 + 9 = 27$$

Soient a, b, c, d le nombre de conteneurs de chacun des types précédents selon les caisses présentes : [a contenant $5 + 5 + 5 + 5 + 5$ - - - d contenant $9 + 9 + 9$]

Les conditions imposées sont :

$$C_1 \quad 5a + 3b + c \geq 302 \quad \text{pour les caisses de 5 kg.}$$

$$C_2 \quad b + 2c + 3d \geq 203 \quad \text{pour les caisses de 9 kg.}$$

avec un nombre de conteneurs $S = a + b + c + d$ minimum.

$$\text{La combinaison } C_1 + \frac{5}{3}C_2 \text{ donne } 5a + \frac{14}{3}b + \frac{13}{3}c + 5d \geq 302 + \frac{5}{3} \times 203 = \frac{1921}{3}$$

$$\text{Donc } 5S = 5a + 5b + 5c + 5d \geq 5a + \frac{14}{3}b + \frac{13}{3}c + 5d \geq \frac{1921}{3}$$

$$\text{et par conséquent } S \geq \frac{1921}{15} \approx 128,06$$

Il faut donc au moins 129 conteneurs.

Pour obtenir exactement le nombre de caisses demandé, quelques essais aboutissent à

$$57 \text{ conteneurs } 5 + 5 + 5 + 5 + 5 \quad (25 \text{ kg})$$

$$4 \text{ conteneurs } 5 + 5 + 5 + 5 \quad (20 \text{ kg})$$

$$1 \text{ conteneur } 5 + 9 + 9 \quad (23 \text{ kg})$$

$$67 \text{ conteneurs } 9 + 9 + 9 \quad (27 \text{ kg})$$

$$\begin{array}{ll} \text{Ce qui donne bien} & 57 + 4 + 1 + 67 = \quad \mathbf{129 \text{ conteneurs}} \text{ contenant} \\ & 57 \times 5 + 4 \times 4 + 1 = \quad \mathbf{302 \text{ caisses de 5 kg}} \text{ et} \\ & 2 + 67 \times 3 = \quad \mathbf{203 \text{ caisses de 9 kg}} \end{array}$$

Commentaire : On ne peut se contenter de montrer que 129 est un minimum possible.

② CLASSEMENT

Nous avons dans l'ordre :

	cumul
$6! = 720$ nombres 1^{*****} (de 1234567 à 1765432)	720
$6! = 720$ nombres 2^{*****} (de 2134567 à 2765431)	1440
$5! = 120$ nombres 31^{*****} (de 3124567 à 3176542)	1560
$5! = 120$ nombres 32^{*****} (de 3214567 à 3276541)	1680
$5! = 120$ nombres 34^{*****} (de 3412567 à 3476521)	1800
$5! = 120$ nombres 35^{*****} (de 3512467 à 3576421)	1920
$4! = 24$ nombres 361^{****} (de 3612457 à 3617542)	1944
$4! = 24$ nombres 362^{****} (de 3621457 à 3627541)	1968
$4! = 24$ nombres 364^{****} (de 3641257 à 3647521)	1992
$4! = 24$ nombres 365^{****} (de 3651247 à 3657421)	2016

Or 3657412 est le prédécesseur de 3657421 qui a le numéro 2016.
3657412 a donc le numéro **2015**.

remarque : pour n entier naturel non nul, $n!$ est le produit des entiers compris entre 1 et n .

③ L'HERITAGE DU CHERCHEUR D'OR.

La solution de l'équipe [Viens Olivier – Guth Romaric – Sliwak Emma] du lycée L. Blum.

(Cette solution a été proposée par plusieurs équipes.)

On regroupe les pépites par groupe de 2 pépites de même poids :

Les groupes à 44 grammes :

10 et 34 ; 11 et 33 ; 12 et 32 ; 13 et 31 ; 14 et 30 ; 15 et 29

Les groupes de 45 grammes :

17 et 28 ; 18 et 27 ; 19 et 26 ; 20 et 25 ; 21 et 24 ; 22 et 23

Il suffit de donner à chaque fils deux groupes à 44 grammes et deux groupes à 45 grammes pour avoir le même nombre de pépites et le même poids par fils.

La solution de l'équipe [Bois Lola – Buisson Fanny – Pistoia Lucas – Richez Anaëlla] du lycée H. Parriat.

(Cette solution a été proposée par plusieurs équipes.)

Il reste 24 pépites à répartir entre les trois fils. Leurs masses (g) sont :

10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34.

La masse totale est 534 g.

Chaque fils doit donc avoir 8 pépites pour une masse totale de 178 g.

1 ^{er} fils	2 ^{ème} fils	3 ^{ème} fils	poids
10	→ 11	→ 12	25
↶ 15	← 14	← 13	
↶ 17	→ 18	→ 19	39
↶ 22	← 21	← 20	
↶ 23	→ 24	→ 25	51
↶ 28	← 27	← 26	
↶ 29	→ 30	→ 31	63
34	← 33	← 32	
178	178	178	178

④ LES BONS COMPTES FONT LES BONS VOISINS

Convenons de colorer en gris les logements occupés et de noter V les logements vides.

La présence du 3 en haut à droite implique l'occupation des 3 logements de la figure 1.

1	2	3	3
2	5		4
			1

Figure 1

1V	2	3	3
V	V		
2	5		4
			1

Figure 2

1V	2	3x	3
V	V		
2	5		4
			1

Figure 3

V	2	3x	3V
V	V		
2	5		4
			1

Figure 4

La présence du 2 en haut implique la non-occupation des trois logements (V) dans la figure 2 puisque les 2 logements voisins sont déjà connus.

Compte tenu des cases vides connues, la présence du 1 en haut à gauche implique l'occupation du seul logement possible à sa droite (Figure 3)

Dans la figure 4, les trois logements voisins de x sont connus, son voisin de droite est donc inoccupé.

V	2	3	V
V	V		
2	5	y	4z
		y	1

Figure 5

V	2	3	V
V	V		
2	5	y	4V
		y	1

Figure 6

V	2	3	V
V	V		
2t	5	y	V
t	t	y	1

Figure 7

V			V
V	V		
	V	y	V
		y	

Figure 8

Dans la figure 5, un seul des logements y ou z est occupé, donc la présence du 4 implique l'occupation du 1 (en bas à droite) et l'occupation d'un seul y sur les deux. Le logement y occupé exclut l'occupation de z (toujours à cause du 1). D'où la Figure 6.

La présence du 5 et le fait qu'un seul y sur deux est occupé impliquent l'occupation des trois t (Figure 7)

Enfin, la présence du 2 à gauche implique la non-occupation du 5. (Figure 8).

Au total, **9 logements sont occupés** : les 8 en gris et un des deux y dans la figure 8.

On vérifie la cohérence avec les 8 indices fournis au départ.

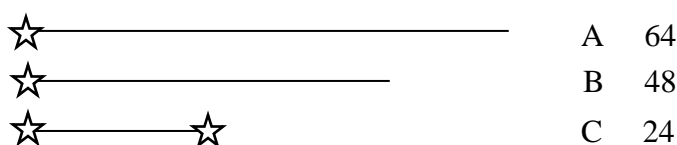
Remarque : Beaucoup d'équipes ont trouvé qu'il y avait 9 logements occupés mais ne considèrent pas les deux possibilités.

5 MECHES

La solution de l'équipe [Richer Antoine – Trassoudaine Tom] du lycée P. Larousse.

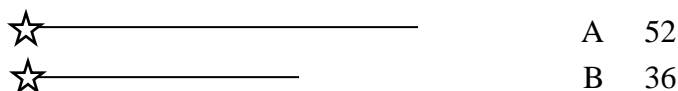
Soient A la mèche de 64 s, B la mèche de 48 s et C la mèche de 24 s.

On allume la mèche A et la mèche B à un bout, et la mèche C aux deux bouts :



Temps restant
en secondes

Au bout de **12 secondes**, on a :



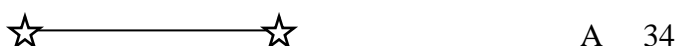
On allume alors le deuxième bout de la mèche B :



Au bout de **18 secondes**, il ne reste que la mèche A et 34 secondes disponibles :



Si à cet instant on allume le deuxième bout de la mèche A :



Au bout de **17 secondes**, il ne restera plus rien.

Le temps total de la combustion a été $12 + 18 + 17 = 47$ secondes.

6 LES 13 CUBES

Une solution proposée par plusieurs équipes.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
n^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000	1331	1728	2197

La somme des 13 cubes est $S = 1^3 + 2^3 + \dots + 13^3 = 8281$

Remplacer $+ a^3$ par $- a^3$ dans la somme revient à soustraire $2a^3$ à cette somme.

Pour obtenir exactement 2015, il faut soustraire $8281 - 2015 = 6266$, donc les cubes qui doivent "changer de signe" doivent avoir pour somme $\frac{6266}{2} = 3133$.

Cherchons des cubes dont la somme est 3133.

Il y a plusieurs solutions dont $3133 = 4^3 + 5^3 + 6^3 + 10^3 + 12^3$

On peut donc écrire :

$$1^3 + 2^3 + 3^3 - 4^3 - 5^3 - 6^3 + 7^3 + 8^3 + 9^3 - 10^3 + 11^3 - 12^3 + 13^3 = 2015$$

L'autre solution : $-1^3 - 2^3 + 3^3 - 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3 - 9^3 - 10^3 - 11^3 + 12^3 + 13^3 = 2015$

La solution de l'équipe [Josselyn Ludy Ann – Laine Valentine – Coquinot Baptiste] du lycée L. Davier.

L'équipe utilise l'algorithme ci-dessous

Pour a allant de 1 à 2

Pour b allant de 1 à 2

Pour c allant de 1 à 2

...

Pour m allant de 1 à 2

s prend la valeur $(-1)^a \times 1^3 + (-1)^b \times 2^3 + \dots + (-1)^m \times 13^3$

Si $s = 2015$ alors

afficher a, b, c, \dots, m

FinSi

FinPour

...

FinPour

FinPour

FinPour

L'équipe [Magniol Clément – Lucat Alexandre – Jacotot Louis] du lycée S. Liegeard propose un algorithme faisant appel à une écriture binaire.

⑦ 2×10^5

Les nombres inscrits qui permettent de lire 2015 sont :

2015 (1 cas)

2015* où * est un chiffre quelconque (10 cas)

[2015** c'est-à-dire 2015 suivi de deux chiffres dépasserait 200 000].

*2015 où * est un chiffre quelconque non nul (9 cas)

12015* où * est un chiffre quelconque (10 cas)

1*2015 où * est un chiffre quelconque (10 cas)

Mais il ne faut pas oublier les séquences comme 5201 ; 5202 où 2015 est "coupé".

Il y a trois manières de "couper" 2015 :

2 | 015 ou ***20 | 15*** ou ***201 | 5***

Le premier cas est impossible (nombre commençant par 0).

Le deuxième cas est possible pour

1520 | 1521 (1 cas)

15*20 | 15*21 où * est un chiffre quelconque (10 cas)

15**20 | 15**21 où ** sont deux chiffres quelconques (100 cas).

Enfin, le troisième cas est possible pour $5201 | 5202$ (1 cas)
ou $5*201 | 5*2021$ où $*$ est un chiffre quelconque soit (10 cas).
En tout cela fait **162** lectures possibles.

La solution de l'équipe [Sinzelle Robin – Buzer Thomas – Durante Etienne] du lycée G. Eiffel (Solution non testée par les organisateurs).

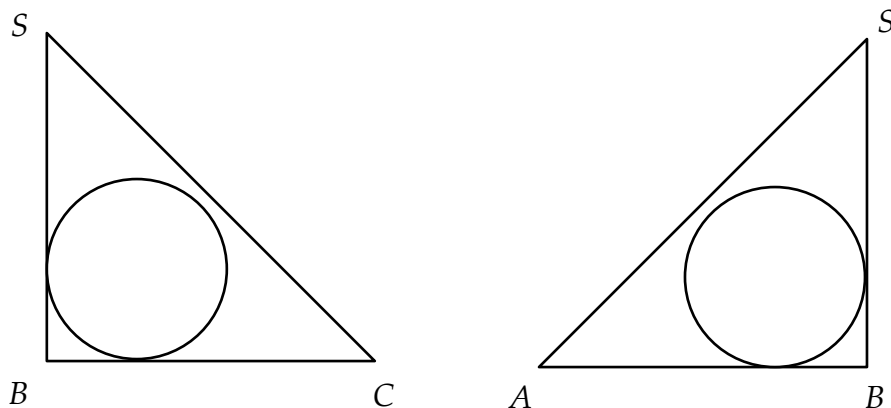
Sous code::block, on écrit l'algorithme suivant :

```
int i=1
FILE* fichier = NULL;
fichier = fopen("rallye.txt","w");
for(i=1;i=200000;i++){
    fprintf(fichier,"%d",i);
}
fclose(fichier);
return o;
```

Sous word, à l'aide de la fonction recherche d'occurrences, on compte 162 fois le nombre 2015.

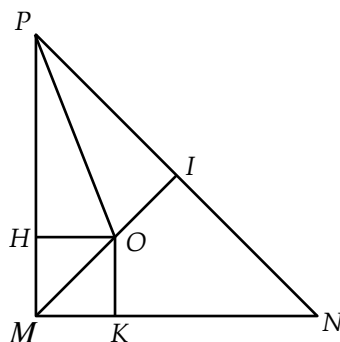
⑧ LE MYSTERE DE LA GRANDE PYRAMIDE

Si la sphère "calée" dans le coin B , tient dans la pyramide, ce qu'on voit en projection sur la face SBC et sur la face SBA est ceci :



Le problème se ramène donc à la question :

Peut-on inscrire un cercle de rayon 41 m dans un triangle isocèle rectangle ayant ses côtés de l'angle droit de mesure 140 m ?



O est le centre du cercle de rayon 41 m.

Le cercle est tangent aux segments $[MP]$ et $[MN]$ en H et K .

Cherchons la distance de O au segment $[PN]$.

Soit I le milieu de $[MN]$. (OI) est perpendiculaire à (NP) et O, I, M sont alignés.

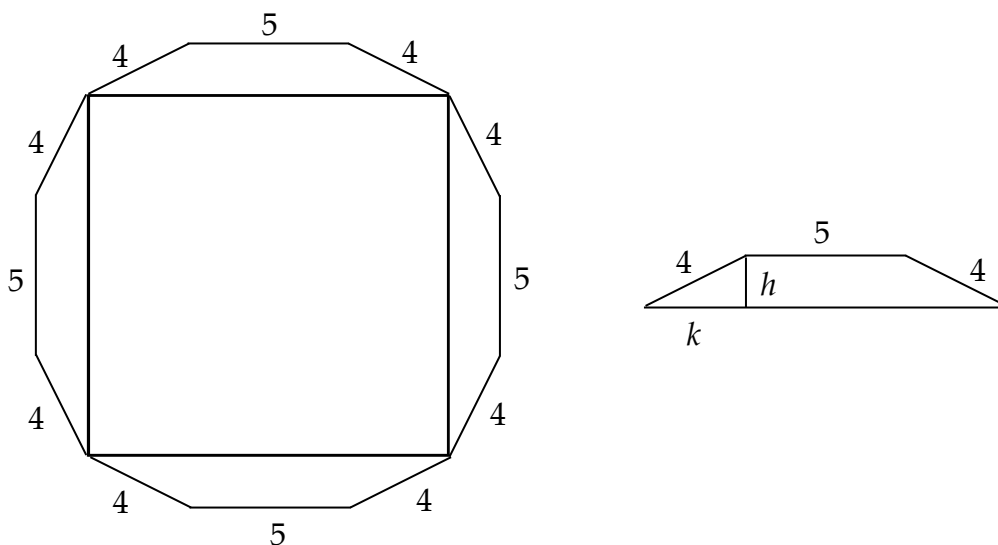
$MO = 41\sqrt{2}$ m (diagonale de carré), $MI = \frac{140}{2}\sqrt{2} = 70\sqrt{2}$ m (demie diagonale de carré)

Donc $OI = MI - MO = 29\sqrt{2} = 41,012... \text{ m}$

Ainsi la pyramide peut contenir la sphère de rayon 41 m.

9 LES 12 ALLUMETTES

Partons de l'idée d'un dodécagone comme celui-ci-dessous :



Le dodécagone est la réunion de 4 trapèzes isocèles identiques et d'un carré.

Notons h la hauteur du trapèze ($h \in [0 ; 4]$). On a alors $k = \sqrt{16 - h^2}$

Ainsi le trapèze a pour aire $a_1(h) = h \frac{5+5+2k}{2} = h(5 + k) = h(5 + \sqrt{16 - h^2})$

Le carré a pour côté $5 + 2k$ donc son aire est $a_2(h) = (5 + 2\sqrt{16 - h^2})^2$

Ainsi l'aire du dodécagone est $a(h) = 4 a_1(h) + a_2(h) = 4h(5 + \sqrt{16 - h^2}) + (5 + 2\sqrt{16 - h^2})^2$

$a(2) = 209,9948... \text{ et } a(2,1) \approx 210,0452...$

Il existe donc entre 2 et 2,1, une valeur pour laquelle l'aire est exactement 210 cm^2 .

En éliminant les radicaux dans l'équation $a(h) = 210$ on arrive à l'équation :

$$32 h^4 + 1512 h^2 - 7400 h + 8241 = 0$$

Cette équation possède deux solutions : $h = 2,0031... \text{ ou } h = 2,1385...$

Ces deux solutions conviennent.

Remarques :

il ne faut pas confondre dodécagone (polygone à 12 côtés) et dodécaèdre (solide à 12 faces).

Les vocabulaires apothème et polygones réguliers ne s'appliquent pas à cet exercice. Un

polygone n'est pas régulier si ses côtés ne sont pas de même longueur. L'apothème n'a un sens que pour un polygone régulier.



MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE,
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE

Université de Bourgogne - U.F.R. Sciences et Techniques - IREM –
9, avenue Savary - B.P. 47 870 - 21078 DIJON cedex
☎ 03 80 39 52 30 - Télécopie 03 80 39 52 39
e-mail "iremsecr@u-bourgogne.fr"
<http://irem.u-bourgogne.fr/>