

RALLYE MATHÉMATIQUE DE BOURGOGNE

2012 : 30^e RALLYE

2012

1243

7 69

474

295

179

116

63

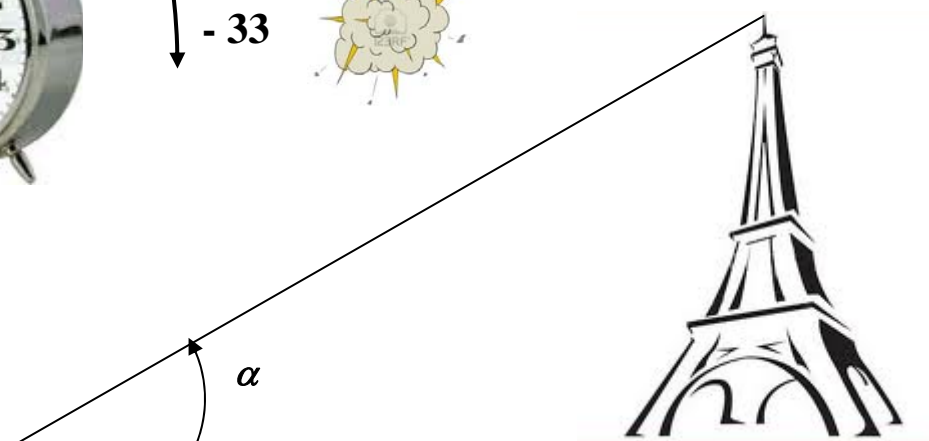
53

10

43

- 33

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9



Institut de Recherche Sur L'Enseignement des Mathématiques

Faculté Sciences Mirande - B.P. 47 870 - 21078 DIJON cedex

☎ 03 80 39 52 30 - Télécopie 03 80 39 52 39

e-mail "iremsecr@u-bourgogne.fr" - <http://math.u-bourgogne.fr/IREM/>

L'édition 2012 du rallye mathématique des lycées de Bourgogne a rencontré cette année encore un franc succès : 578 participants, soit 181 équipes de 32 lycées des 4 départements bourguignons ont participé à ce défi collectif organisé par l'IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) de l'Université de Bourgogne. Avec le concours des enseignants des différents lycées de notre région et le soutien du Rectorat de l'Académie de Dijon, ce rallye est l'occasion de faire découvrir le plaisir de la résolution de problèmes mathématiques sous un angle nouveau.

Le but des épreuves de ce rallye est en effet de faire découvrir les joies de la réussite d'épreuves sous une forme attractive et ludique. De fait, cette discipline peut alors être considérée par les lycéens, futurs étudiants, comme divertissante, mais aussi comme l'une des clés essentielle au développement de toutes les sciences.

Je félicite ici l'ensemble des acteurs et partenaires, aux côtés de l'IREM de l'Université de Bourgogne, pour leur enthousiasme et leur investissement dans ce rallye qui est chaque année une réussite et l'une des clés de la dynamique de coopération entre les lycées bourguignons et notre université.

Sophie BÉJEAN,
Présidente de l'Université de Bourgogne

Galilée, à ceux qui lui demandaient à quoi servaient les recherches en mathématiques, répondait qu'elles servaient à peser, à mesurer et à compter : à peser les ignorants, à mesurer les sots, et à compter les uns et les autres. Cette anecdote en forme de boutade, rapportée par D'Alembert lui-même, demeure très actuelle tant la société du XXI^e siècle semble méconnaître l'intérêt de la recherche en mathématiques. En vérité, le décalage est grand entre cette croyance commune et la réalité. Tout le monde utilise les innovations technologiques des dernières décennies, sans pour autant savoir qu'elles sont abondamment nourries de mathématiques : de la carte à puce à l'ordinateur, en passant par la télécommunication par satellite, la numérisation de la musique, le GPS, le téléphone mobile, l'ordinateur à ADN, l'algorithme de tri de *Google*, la compression d'images, la finance, la chirurgie aux rayons gamma, etc.

La désaffection des jeunes – et particulièrement des jeunes filles – pour les carrières scientifiques et les métiers de l'enseignement en sciences, n'est peut-être pas étrangère à cette méconnaissance de l'utilité des mathématiques dans la vie et dans la société. Les politiques éducatives ont bien pris la mesure du problème, et plusieurs dispositifs ont vu le jour récemment, afin de promouvoir l'orientation dans les voies scientifiques. La *Semaine nationale des mathématiques*, créée en 2012, en est un exemple, les rallyes mathématiques s'inscrivent aussi dans cette perspective.

Le rallye mathématique des lycées a la spécificité de proposer une épreuve sur la base du volontariat, hors temps scolaire, et par groupes. Cette formule promeut à la fois le goût de la recherche et le travail d'équipe, trop peu mobilisés dans l'activité scolaire, mais qui sont deux composantes essentielles dans l'activité de recherche. Merci donc à l'IREM de donner aux jeunes lycéens l'occasion d'exercer leur talent à cette occasion. Bravo aux organisateurs pour leur imagination et leur fécondité dans l'élaboration des sujets. Merci et bravo aux 32 lycées, 181 équipes et 578 participants qui nous donnent l'espoir d'une nouvelle génération portée sur les sciences. Car, si les mathématiques sont connues pour être une école de rigueur, leur enseignement et leur pratique doivent aussi être source de plaisir.

Robert FERACHOGLU
IA-IPR de Mathématiques

La 30^e édition du rallye mathématique de Bourgogne a rassemblé près de 600 lycéens des quatre départements. L'épreuve a eu lieu dans les lycées mercredi 25 janvier 2012.

Malgré la désaffection actuelle pour les sciences, les rallyes mathématiques organisés par l'IREM de l'université de Bourgogne ont, aussi bien dans les collèges que dans les lycées de l'académie, toujours bonne presse parmi les élèves. Pour les élèves, il est une occasion unique de relever un défi intellectuel, par équipes. Du côté de leurs enseignants et des organisateurs au sein de l'IREM, les atouts de ce rallye sont multiples : il fait la promotion bien sûr des mathématiques mais pas seulement, également du travail scientifique de recherche en équipe, et surtout du plaisir de la réflexion et de la résolution d'un problème sans autre outil qu'un crayon et une feuille.

Je remercie chaleureusement l'équipe de l'IREM de Dijon composée de Michel Lafond, Florian Plastre Marc Champagne et Françoise Besse, et qui ont organisé le rallye, et surtout Robert Ferachoglou qui, malgré ses fonctions d'inspecteur, a continué cette année à aider l'équipe de l'IREM pour assurer la transition vers une équipe renouvelée. Conception des *sujets*, *correction des copies*, classements des candidats, organisation d'une remise des récompenses à l'université, cette manifestation leur demande beaucoup de travail.

Je remercie également *les professeurs qui inscrivent* leurs élèves et assurent le déroulement du rallye dans leur lycée et les chefs d'établissement qui autorisent la mise en place de l'épreuve.

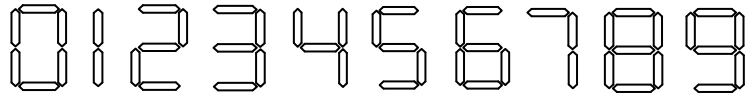
À l'an prochain pour la future édition du Rallye !

Catherine LABRUÈRE CHAZAL,
Directrice de l'IREM

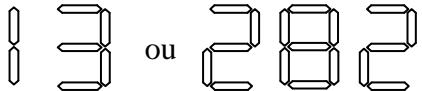
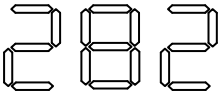
1. LES ÉNONCÉS

1. SYMÉTRIE DIGITALE

On considère les dix chiffres :



On appelle nombre symétrique, tout nombre entier naturel dont l'écriture usuelle en base dix utilise les chiffres précédents, et dont la configuration écrite possède un centre ou un axe de symétrie.

Exemples :  ou 

Combien existe-t-il de nombres symétriques écrits avec des chiffres tous distincts ?

2. DEUX POINTS DE VUE

À 100 mètres de son pied, et en terrain plat, on voit la Tour sous un certain angle ; à 400 mètres de son pied, on la voit sous un angle plus petit. La somme des mesures de ces deux angles est égale à 90° .

Quelle est la hauteur de la Tour ?

3. MILLEFEUILLES

Gaston est pâtissier, il fabrique et vend des millefeuilles. En 2011, à partir du 1er avril, le nombre de millefeuilles vendus chaque mois est la moyenne des nombres vendus au cours des trois mois précédents. Il en a vendu 2010 en octobre, 2011 en novembre et 2012 en décembre.

Combien en a-t-il vendu au total au cours de l'année 2011 ?

4. NOMBRES SECS

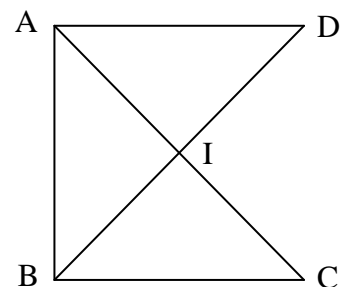
Un nombre sec est un entier naturel dont l'écriture littérale en français ne comporte pas la lettre « O ». Ainsi, « ZERO », « TROIS » ne sont pas des nombres secs, mais « QUATRE-VINGTS », « MILLE CINQ-CENT TREIZE » en sont. La liste ordonnée des premiers nombres secs est : UN, DEUX, QUATRE, CINQ,

Quel est le 2012^{ème} nombre de cette liste ?

5. CHAPEAU POINTU

Dans un carré en carton ABCD, de centre I et d'aire $1052,5 \text{ cm}^2$, Gaston découpe et ôte le triangle DCI, puis replie suivant les segments [IA] et [IB] pour faire coïncider les bords [ID] et [IC]. Il obtient ainsi un tétraèdre sans fond en forme de chapeau pointu.

Quel est, arrondi au cm^3 , le volume de ce chapeau ?



6. LA LONGUE SUITE.

En partant des deux entiers 2012 et a , on prolonge la suite en faisant à chaque fois la différence entre l'avant-dernier et le dernier terme. On s'arrête dès qu'on a obtenu un terme négatif.

Ainsi, avec $a = 1500$ on obtiendrait : 2012, 1500, 512, 988, - 476.

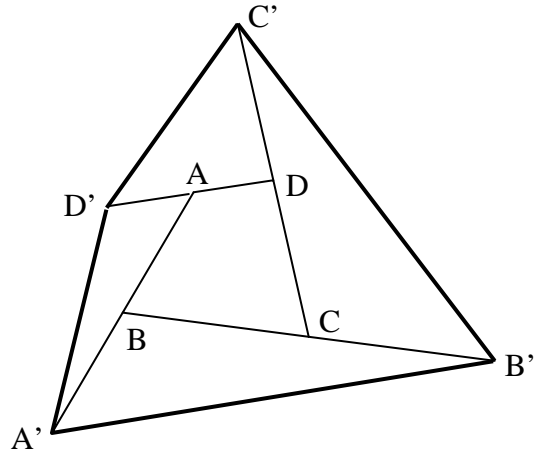
Comment choisir le deuxième terme a pour que la suite soit la plus longue possible ?

7. QUADRILAT'AIRE

ABCD est un quadrilatère convexe du plan.

On prolonge le côté [AB] d'une longueur égale BA' , le côté [BC] d'une longueur égale CB' , le côté [CD] d'une longueur égale DC' , et enfin le côté [DA] d'une longueur égale AD' .

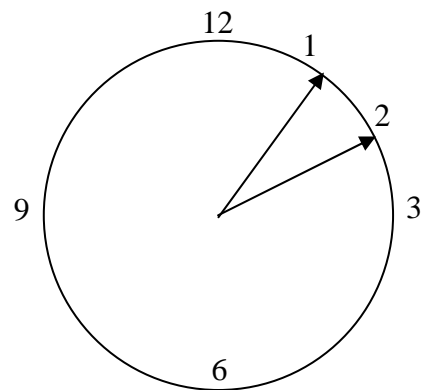
Quel est le rapport entre l'aire du quadrilatère $A'B'C'D'$ et celle du quadrilatère ABCD ?



8. L'HEURE DE LA SIESTE

Après le déjeuner, Gaston fait une petite heure de sieste. Ce jour-là, en se réveillant, il constate que les aiguilles (heures et minutes) ont exactement les mêmes positions qu'au début de sa sieste. Elles ont simplement permuté.

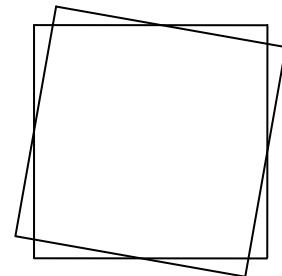
Quelle est à une seconde près la durée de la sieste ?



9. LE CARRÉ TOURNANT.

On fait tourner un carré de côté 46,6 cm d'un angle de 10° autour de son centre.

Quelle est, arrondie au cm^2 , l'aire commune à ces deux carrés ?



Exercice	Solution
1 SYMÉTRIE DIGITALE.	Il y a 71 nombres symétriques.
2 DEUX POINTS DE VUE.	La tour mesure 200 m de haut.
3 MILLEFEUILLES.	Gaston a vendu 24096 millefeuilles.
4 NOMBRES SECS.	Le 2012 ^{ème} nombre sec est 4247.
5 CHAPEAU POINTU.	Le volume du chapeau est de 2012 cm ³ .
6 LA LONGUE SUITE.	Il faut choisir $a = 1243$.
7 QUADRILAT'AIRE.	Le rapport des aires est égal à 5.
8 L'HEURE DE LA SIESTE.	La durée de la sieste est d'environ 55 minutes et 23 secondes
9 LE CARRÉ TOURNANT.	L'aire commune aux deux carrés est 2012 cm ² .

2. LA PARTICIPATION.

Le 30^{ème} Rallye mathématique de Bourgogne des lycées s'est déroulé le mercredi 25 janvier 2012.
Il a concerné :

32 lycées

181 équipes

578 participants.

Voici l'évolution de la participation ces dernières années :

Année	Côte d'Or	Nièvre	Saône et Loire	Yonne	total des participants
2006	270	143	177	142	732
2007	239	61	96	65	461
2008	266	139	255	108	768
2009	371	74	181	97	723
2010	303	82	226	101	712
2011	281	122	145	90	638
2012	304	104	140	30	578

Les effectifs par lycée et par niveau sont récapitulés ci-après.

		Lycée	Équipes				Participants			
			2nde	1ère	Tale	Total	2nde	1ère	Tale	Total
Côte d'Or 11 lycées		Clos Maire - BEAUNE	1	1	0	2	4	2	0	6
		J. Marey - BEAUNE	0	2	1	3	0	8	3	11
		Stephen Liégeard - BROCHON	2	3	4	9	6	9	16	31
		Eiffel - DIJON	15	7	7	29	44	30	22	96
		Charles de Gaulle - DIJON	4	4	5	13	14	11	18	43
		Carnot - DIJON	4	0	1	5	13	0	4	17
		Hippolyte Fontaine - DIJON	7	2	1	10	18	9	4	31
		Le Castel - DIJON	1	0	1	2	3	0	4	7
		St Joseph - DIJON	4	10	0	14	12	34	0	46
		Anna Judic - SEMUR EN AUXOIS	3	1	0	4	9	3	0	12
		J. M. Boivin - CHEVIGNY	0	0	2	2	0	0	4	4
Nièvre 6 lycées		Romain Rolland - CLAMECY	2	1	3	6	6	4	10	20
		Maurice Genevoix - DECIZE	4	1	2	7	15	3	5	23
		Alain Colas - NEVERS	6	3	3	12	16	12	6	34
		Raoul Follereau - NEVERS	1	0	0	1	2	0	0	2
		Jules Renard - NEVERS	1	1	2	4	4	5	9	18
		Saint Cyr - NEVERS	2	0	1	3	3	0	4	7
Saône et Loire 11 lycées		Bonaparte - AUTUN	2	2	0	4	6	6	0	12
		E. Gauthey - CHALON SUR SAÔNE	1	0	3	4	3	0	9	12
		Hilaire du Chardonnet - CHALON S/S	1	1	0	2	4	4	0	8
		Niepce - CHALON SUR SAÔNE	0	1	1	2	0	3	4	7
		Julien Wittmer - CHAROLLES	6	2	1	9	18	5	4	27
		La Prat's - CLUNY	2	0	2	4	7	0	8	15
		Camille Claudel - DIGOIN	1	1	2	4	4	1	5	10
		Léon Blum - LE CREUSOT	5	0	1	6	20	0	2	22
		Lamartine - MÂCON	4	2	1	7	10	5	1	16
		H. Parriat - MONTCEAU LES MINES	2	0	0	2	5	0	0	5
		Gabriel Voisin - TOURNUS	2	0	0	2	6	0	0	6
Yonne 4 lycées		Jacques Amyot - AUXERRE	1	1	1	3	4	3	2	9
		Louis Davier - JOIGNY	1	1	0	2	5	3	0	8
		Chevalier d'Éon - TONNERRE	1	1	1	3	4	4	3	11
		Catherine et Raymond Janot - SENS	0	1	0	1	0	2	0	2
32 lycées	TOTAL	85	50	46	181	265	166	147	578	

3. L'ORGANISATION.

L'IREM (Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques), dépendant de l'Université de Bourgogne, est l'organisateur du rallye.

Le financement est assuré par le Rectorat de l'Académie de Dijon, l'APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public), et l'IREM lui-même.

L'élaboration des sujets et la correction des copies sont assurées dans le cadre de l'IREM par : Marc CHAMPAGNE, Robert FERACHOGLOU, Michel LAFOND et Florian PLASTRE.

Trois professeurs supplémentaires ont participé au choix définitif des sujets : Gérard BOUILLOT, Maurice NUSSBAUM, Daniel REISZ.

Il faut remercier tout spécialement :

Monsieur le Recteur de l'Académie de Dijon, Mesdames et Messieurs les Chefs d'Établissement, Adjointes et CPE, qui ont autorisé et permis la mise en place du Rallye.

Catherine LABRUERE CHAZAL, Directrice de l'IREM.

Tous les professeurs qui ont bénévolement assuré l'organisation matérielle du Rallye dans leur établissement et la surveillance de l'épreuve.

Françoise BESSE, qui est responsable à l'IREM de la "logistique" du Rallye et de la publication de cette brochure.

Tous ceux qui ont bien voulu chercher les problèmes posés et nous faire part de leurs idées, par courrier, par la presse régionale ou par Internet.

Et bien évidemment les 578 Bourguignons qui ont travaillé durement.

4. LA RÉUSSITE.

Exercice	Nombre d'équipes	Pourcentage d'équipes ayant abordé le problème	Pourcentage d'équipes ayant donné la bonne réponse
1 SYMÉTRIE DIGITALE.	85	75 %	4 %
2 DEUX POINTS DE VUE.	85	66 %	35 %
3 MILLEFEUILLES.	85	84 %	56 %
4 NOMBRES SECS.	181	92 %	28 %
5 CHAPEAU POINTU.	181	83 %	38 %
6 LA LONGUE SUITE.	181	76 %	48 %
7 QUADRILAT'AIRE.	96	64 %	22 %
8 L'HEURE DE LA SIESTE.	96	80 %	17 %
9 LE CARRÉ TOURNANT.	96	79 %	29 %

Sur les 181 équipes :

- 2 ont trouvé les 6 bonnes réponses ;**
- 12 ont trouvé 5 bonnes réponses sur 6 ;
- 25 ont trouvé 4 bonnes réponses sur 6 ;
- 20 ont trouvé 3 bonnes réponses sur 6 ;
- 34 ont trouvé 2 bonnes réponses sur 6 ;
- 46 ont trouvé une seule bonne réponse.

Les meilleures équipes sont :

En seconde

L'équipe : [KOSNO Olga – SITARZ Joanna – LAURENT Geoffey – HANSSSEN Boris]
des Secondes 1 et 12 du lycée Charles de Gaulle à Dijon avec 58 points sur 60.

En première

L'équipe : [BOULLAND Mathilde – JOUDELAT François – MILCENT Antoine –
PINET Emma]
des Premières S1 et S2 du lycée Chevalier d'Éon à Tonnerre avec 41 points sur 60.

En terminale

L'équipe : [YANG Dongchen – YI Yan – LEVY Jan – VORNICA Jakub]
des Terminales S4 et S5 du lycée Carnot à Dijon avec 58 points sur 60.

Nous déclarons meilleure équipe du rallye 2012

KOSNO Olga – SITARZ Joanna – LAURENT Geoffey – HANSSSEN Boris
du lycée Charles de Gaulle à Dijon

5. LE PALMARÈS.

Seules les équipes de moins de 5 élèves seront récompensées

Secondes

1	KOSNO Olga, SITARZ Joanna, LAURENT Geoffey, HANSSSEN Boris	2°1-2°12	Ch. de Gaulle – Dijon
2	LI FENGZHAN, OU GE	2° 9	Carnot – Dijon
3	PITTOIS François, LATOUR Gillien, FEROU L Elyan, MASUYER Lucas	2°2	S. Liegeard – Brochon
4	BARTHELEMY Tanguy, CAMBOURNAC Nicolas, LORBAT Ludovic	2° B-E	A. Colas – Nevers
5	BRIDOU Lucie, MILLERAT Lise	2° E	A. Colas – Nevers
6	BOURSON Émeline, EYHERAMONO Lola, BEZE Constance	2° G	A. Colas – Nevers
7	GACHET Cécile	2°1	Ch. de Gaulle – Dijon
8	RABEC Franco, SANTI Pierric, BENOIST Loup, GIERCZAK-GALLE Lucas	2°3 – 2°8	Carnot – Dijon
9	PACQUEAU Justine, JEANNIN Marlène, LATRASSE Angélique	2°6	J. Wittmer – Charolles
10	CASTELLANI Lucie, FOREST Justine, BALZER Marie, FAVIER Maëlis	2° 3 – 5	J. Wittmer – Charolles
11	SENK Patrik, GEISLER Petr, MARKOVA Monika, MECEROSOVA Lucie	2° 2-4-5-7	Carnot – Dijon
12	RAYMOND Dorian, BLANCHETEAU Jean, DUCARUGE Guillaume		La Prat's – Cluny
13	DE LA BOURDONNAYE Élise, NUCKCHEDDY Robin, VERNEREY Lola, CASAUBON Alexandre	2° S1-2	Ch. d'Éon – Tonnerre
14	BREUGNOT Paul, THAVEAU Joris, MAURAWSKI Antoine, TRION Laura	2° 2-4	M. Genevoix – Decize
15	PAGNIER Baptiste, DUBOUX Thibaut, THOMASSEY Loïc, GUTH Florentin	2°S	Léon Blum – Le Creusot
16	BURNET Jimmy, BUTEAU Nicolas	2° C-G	A. Colas – Nevers
17	BERTHON Marion, FONTVEILLE Quentin, JANNIAUD Victor, LERAT Maëlys	2° 10	Ch. de Gaulle – Dijon
18	VITTEAUT Alice, BOIS Chloé, FALCONIERI Vincent	2°4 – 2°5	H. Parriat – Montceau
18	FAROCHE Emma, LACHAUME Mathilde, HOCHEDDEL Mathilde, LEVEQUE Claire-Lise	2°6	Clos Maire – Beaune
19	BOURDIN Stella, BOURACHOT Lilian, RONCATI Dylan, LUBREZ Kyllian	2°7 – 2°8	G. Eiffel – Dijon
20	BRUTT Agathe, SILVA Caine	2° 504-508	G. Eiffel – Dijon
21	MONTHILLER Rémi, JOURNET Romain, BARRAS Noé, AIME Loïc	2°D	C. Claudel – Digoïn
22	MARINELLI Kyllian, PERRA Joris	2°5	H. Parriat – Montceau
23	TERRIER Pierre-Emmanuel, TROUINARD Thomas, FARNIER Paul-Allais	2°3	J. Wittmer – Charolles
24	JOT Guillaume, BARBOSA Noémie, DUCARRE P. Alexandre	2°5	J. Wittmer – Charolles

25	DURC Maureen, DEVILLARD Marie, BERLAND Solenne	2°7	J. Wittmer – Charolles
26	PAUTET Charly, LACASSAGNE Sophie, MORNAT Pauline, LAHMAR Vienza	2° 4	Léon Blum – Le Creusot
27	RIBALI Théo, RIBLET Mathilde, FERMEY Marina, AMIOT Benjamin	2° 8	Jules Renard – Nevers
28	PARIS Guillaume, HENRIOT Raphaël, VERET Julien, CORTHAY Jade	2° 6	Saint Joseph – Dijon
29	RICHARD Laurent, PONNELLE Rémi, JAFFRE Jérémy, MARGERIE Marie	2° 3	Anna Judic – Semur
30	BERTHIER Maxence, ZWETYENGA Thomas, DAMBLEMONT Alice, THABUSSOT Hugo	2 G	Saint Joseph – Dijon
31	PROFICHET Anaïs, REGNIER Dorine, PENON Coline	2°1	Bonaparte – Autun
32	BERNARD Philippine, BONIN Noémie, GRUNENBERGER Jeanne	2°	Bonaparte – Autun
33	MATHIEU Jacques, BES Maxime	2°3	Lamartine – Mâcon
34	BAUMGARTNER Axelle, TOUVIER Philomène, NIVET Marine, EDOUARD Élodie	2°5 – 2°7	Lamartine – Mâcon

Premières

1	BOULLAND Mathilde, JOUDELAT François, MILCENT Antoine, PINET Emma	1° S1–2	Ch. d'Éon– Tonnerre
2	THOMAS Edwige, COLOMB Grégoire, BOUCHE Guillaume, PENOT Océane	1° S1–S2	R. Roland – Clamecy
3	COLLENOT Thibaut, CHIRADE Nicolas, DOUGUET Pierre	1° S1	G. Eiffel – Dijon
4	THEVRIET Julian, MAILLEFERT Antoine, MARQUES Anthony, DECLE Julien	1° SA	Saint Joseph – Dijon
5	POULAIN Camille, PIERRE Léa, DELESSE Noélie	1° 1L–7S	J. Amyot – Auxerre
6	JOVIGNOT Camille, JARDEL Alice, VIRELY Thaïs, PIERRE Maxime	1° S5	S. Liegeard – Brochon
7	MICHEA Luc, BARAN Yann, MARTIN Romain, FOUCAULT Guillaume	1° S5	S. Liegeard – Brochon
8	FLACK Suzanne, MENARD Lucas, ALLOIN Adèle	1°S	J. Wittmer – Charolles
9	BIZET Manon, MOTTI Caroline, MIRET Océane	1° S	A. Colas – Nevers
10	BRACON Vincent, HENRY Gabriel, MILESI Jules, VONG Nicolas	1° S	Saint Joseph – Dijon

Terminales

1	YANG Dongchen, YI Yan, LEVY Jan, VOZNICA Jakub	TS 4–5	Carnot – Dijon
2	BALLIGAND Rémi, BALZER Louis, BOUTELOUP Julien, CARRE Jean-Christophe	TS1	J. Wittmer – Charolles
3	CRABEIL Félix, COUDERT Philippe, DU RANQUET Charles, GASPARD Léo	TS1	Saint Cyr - Nevers
4	TRANCHANT Thierry, JACQUIN Axel, CAMBOURNAC Pierre	TS	A. Colas – Nevers
5	ALLOIN Geoffrey, LOPEZ Valérian, PICOCHÉ Guillaume	TS8 – TS9	Ch. de Gaulle – Dijon
6	BOUCHE Léopold, CARRABIN Joanny, GAUDINET Jason, DELPEUCH Samuel	TS	La Prat's – Cluny
7	QUERCIA Bruno, SIGOILLOT Camille	T S3	G. Eiffel – Dijon
8	PORTAIL Raphaël, CADOR Jim, MARTIN Théo, BUSSIERES Florian	T S1	R. Roland – Clamecy
9	JUSSIAU William, BOISSEAU Pierre, PAUTRAT Rémi, JALLET Hugo	T4 – T5 S	S. Liegeard – Brochon
10	BEDNARCZYK Maciej, BRIGAND Paul, LEGLISE Marine, MARCHANDEAU Théo	TS 10	Charles de Gaulle – Dijon
11	JACQUET Nicolas, COUROUBLE Charles	TS1	A. Colas – Nevers
12	GOUACHE Corentin, POMPONNE Mathieu, PERLANGELI Romain, VOGADE Mathis	T S2	R. Roland – Clamecy
13	DAVANTURE Laura, LEFORT Nadège, LEPAGNOLE Juliette	TS 1	J. Marey – Beaune
14	CHEVALIER Guillaume, MULLER Matthieu, DOREY Brexillis, DELACROIX Bastien	T S	H. Fontaine – Dijon

Élèves cités, non récompensés.

Seconde

1	POCHERON Bastien, MESSOUSSA Yanis, PERRIN Thomas, DEGUEURCE Marine, MESSAOUD Naman	2°6	Léon Blum – Le Creusot
2	POINTECOUTEAU Arthur, MURIGNEUX Léa, GOURLIER Antoine	2° D–I–J	A Colas – Nevers
3	RICHAUD Morvan, CLAIS Thio, DONNAT Hugo, BUSEVELLE Paul	2° 9	J. Amyot – Auxerre
4	FLOCARD Mariette, CLERTEAU Elias, WALLERICH Théophile	2° 3	Carnot – Dijon
5	RUMIEL Florian, BLANC Bastien	2° E	Saint Joseph – Dijon
6	MOREAU Florent, FENAYON Antoine, PORTAL Alexandre, O'INCAO Anthon	2° S	M. Genevoix – Decize
7	GIVARD Alexandre, MARECHAL Alexandre	2°4	J. Wittmer – Charolles
8	RICHEZ Nicolas, GUIDOT Romain, GEFFROY Henri, LAPALUS Sean	2°2 – 2°3	La Prat's – Cluny
9	CHOLLEY Paul, DE SAXCE Marc	2°S3	Saint Cyr – Nevers
10	MITTON Anthony, COMMUNEAU Maxime	2°4	G. Eiffel – Dijon

11	JALLET Lucas, MERRE Adrien	2°5	S. Liegeard – Brochon
12	BERNARDIN Vincent, LOUVIOT Elena, NEBOIS Chloé	2°9	G. Eiffet – Dijon
13	PONCET Xavier, SAVRY Johann	2° F	Saint Joseph – Dijon
14	CARRE Louis, DUCHESNE Victor, CHARRETTEUR Laurent, GUERIN Zoé, BIYIK Mikaël	2° 1–4–10	L. Davier – Joigny
15	EL KAMEL Anyssa, EL MANSOURI Hajar, DIOUANI Laura, SALIMOU Abdou Nayima	2° 5 – 7	H. du Chardonnet – Chalon
16	PRADEL Mattéo, JARREAU Etienne, COROAT-AUCLAIR Julien	2°5	Lamartine – Mâcon
17	LHOUMEAU Matthieu	2°10	Lamartine – Mâcon
18	ROUGETET Arnaud	2°3	Saint Cyr – Nevers
19	FAUVET Thomas, HEBERT Charlotte, YUKSEKTEPE Meryem	2°6	Léon Blum – Le Creusot
20	HEBRARD Irène, BALLAT Renaud, MINETTO Jessy, PERIER Ombeline	2° 2–4–5	M. Genevoix – Decize
21	ROCHA Camille, LE FLANCHEC Héloïse, RENON Mathilde	2° 3	Anna Judic – Chevigny
22	BRIET Léo, CAGNAT Kévin		R. Follereau – Nevers
23	BELLIL Romane, LANDRI Camille	2° S	Anna Judic – Chevigny
24	BOURBAO-LE BOLAY Fiona, DONNAY Salomé, MAILLY Élise	2° B–D	A Colas – Nevers
25	BIZET Antoine, ZEEUW Lucas, LAGARDE Simon, BUATOIS Florian	2°4 – 2°5	G. Voisin – Tournus
26	COLLENOT Camille, BENOIT Juliette, NOBLET Baptiste, POINSENOT Cassie	2° 3	H. Fontaine – Dijon

Première

1	MULLER Alice, MONTARNAL Géraud, PERROT Candice, LEFFTZ Damien	1° S2	A. Colas – Nevers
2	BELLOUIN Arthur, DAUJAT Valentin, GARNIER Nicolas, GUZZO Adrien	1° S1	Eiffel - Dijon
3	STEINMETZ Louis, SABRI Caroline, CHATELET Robin, FRANCOIS Emmanuel	1° SA	Saint Joseph – Dijon
4	GUICHARD Jeremy, VUILLEMIN Benjamin, VOYNNET Julien, BESANCENOT Marion	1° S1	J. Marey – Beaune
5	PETIT Robin, PELET Yoann, MONTARON Baptiste, GUIDEL Maxime	1°S1	G. Eiffel – Dijon
6	PENARANDA Anne, REMOND Anaëlle, LABAT Délia, ZANETTA Marion	1° S a	Saint Joseph – Dijon
7	ABLIN Matthieu, PUZENAT Loïc, BUTSERAEN Guillaume	1° S1–S2	M. Genevoix – Decize
8	GUYMOT Julian, CHALAG LAKDAR, COLOSIO Toni, DIALLO TELLI	1° B–E	A. Colas – Nevers
9	GANDY Manon, COLLOMB Cheyenne, BROSSARD Audrey	1°S3	Lamartine – Mâcon
10	MULLER Jean, BURAT Gautier, MERE Valentin	1°S	N. Niepce – Chalon
11	LAHAIE Justine, LAURIOT Audrey, BATSONGO Sabrinah, PETIT Laura	1° S1	J. Marey – Beaune
12	AIMAR Florian, TRIBOULET Quentin, AUDIFFRED Romain	1° S1	G. Eiffel – Dijon
13	LARZUL Quentin DEHARBE Tanguy, MAILLOT Florian, ALABALZAN Baptiste	1°8	G. Eiffel – Dijon
14	GEROUDET Grégoire, BIGEARD Pierre, TENADI Yoann	1°S	Bonaparte – Autun
15	GHERIBI Maroua, HAMZA Myriam, PLUCHE Anaïs, BEZIN Clara-Gabrielle	1° ES	H. du Chardonnet – Chalon
16	LALANDE Clémence, CHARNOT Barbara	1° S4	C. R. Janot – Sens
17	CANTE Pierre, GUERIN Bastien, GUILLOTON Valentin, BONNET Mathilde, LAVAUT Emma	1° S3	Jules Renard – Nevers
18	GLOTON Ouneïs, CHAILLOT Justin	1°S	Clos Maire – Beaune
19	PRETET Vivien, TAMBARIN Lucas, HUNCA Ruslon	1° 7	Ch. de Gaulle – Dijon
20	GARNIER Élodie, PLASTRE Lydia, RANCE Charlotte	1° S	Anna Judic – Semur

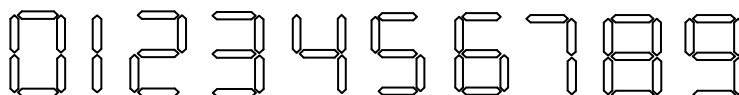
Terminale

1	LEBEAU Fabrice, GERNET Maxime, SAUTEREAU Thibaut, GERACI Laure	T S3	G. Eiffel – Dijon
2	GALHICHE Vincent, CAYOT Diane, DOUCEN Bastien, CONTZLER Pierre-Adrien	T S1	G. Eiffel – Dijon
3	MARINIER Etienne, PUJOL Nassim, PERDEREAU Jade	TS 10	Ch. de Gaulle – Dijon
4	TESTA-SCORIELLE Antony, BOLLOTTE Florian, GUERIN Alexandre, DABERT Nathan	T S1	G. Eiffel – Dijon
5	LANZINI Manon, SOUCIK Marie, SERGENT Éric, DUDZIAK Sonia	TS	S. Liegeard – Brochon
6	ESCALIER Émilien, CHORVOZ Dimitri, DARCIAUX Quentin, DELORME Tom	T4 S	S. Liegeard – Brochon
7	BERT Jérémy, BEGEY Romain, MIJIEUX Thomas, JACQUET Julien	TS1	La Prat's – Cluny
8	BUSSY Florian, BADI Fouad, MAILLOT Valentin	T S1–S2	Ch. d'Éon – Tonnerre
9	BOUGHALLAT, DORANE, AYDOGAN, RICHARD		Le Castel – Dijon

10	DEROUET Tiffany, GUICHARD Benjamin	T S2	R. Rolland – Nevers
11	RAVERY Anne-Sophie, NISOLLE Léa, CHATILLON Amandine, GOMES Valentin, LAGEWEG Tirza	T S2–S3	J. Renard – Nevers
12	FALCAND Quentin, MANDON Mélanie	TSS1 – SS2	Léon Blum – Le Creusot
13	ZAMPA Alexandre, GRILLET Anaïs, SOUSSAND Annabelle	T S1 – S2	C. Claudel – Digoïn
14	PACAUD Mickaël, CHOUREAU Maxime, AUBERT Xavier, DEGEORGES Sylvain	TS2 – TCL	N. Niepce – Chalon
15	MASSIP Manon, DUMONT Léonard, BERTHET Anne-Claire, JANNIER Corentin	T4 S	S. Liegeard – Brochon
16	FARNIER Émilie, GULLI Méлина	TES	C. Claudel – Digoïn
17	SARTORI Clément, TAINTURIER Robin	TS 2	J. M. Boivin – Chevigny
18	MILLOT Estelle, BERT Aurélie	TS	E. Gauthey – Chalon
19	LOURENCO Maxime, JACQUES Aymeric, LOCQUARD Simon, PRUDHON Axel	TS	E. Gauthey – Chalon
20	BASSI Elsa, RICARD Mégane, GOURET Audrey, JULIEN Marine	TS 7	Ch. de Gaulle – Dijon

6. LE CORRIGÉ.

1. SYMÉTRIE DIGITALE.



75 % des équipes abordent cet exercice, mais seules 3 équipes trouvent la bonne réponse : **71**.
Cet exercice de dénombrement s'est avéré plus coriace que prévu.

Voici les 71 nombres symétriques :

0, 1, 2, 3, 5, 8, 10, 13, 18, 25, 30, 31, 38, 52, 69, 80, 81, 88, 96, 103, 108, 130, 138, 180, 183, 205, 215, 285, 301, 308, 310, 318, 380, 381, 502, 512, 582, 609, 619, 629, 659, 689, 801, 803, 810, 813, 830, 831, 906, 916, 926, 956, 986, 1038, 1083, 1308, 1380, 1803, 1830, 3018, 3081, 3108, 3180, 3801, 3810, 8013, 8031, 8103, 8130, 8301, 8310.

Et voici le détail :

1. Propriété des chiffres :

- 2 et 5 possèdent exclusivement un Centre de symétrie ;
- 0, 1, 8 possèdent axe de symétrie Vertical, axe Horizontal et Centre de symétrie ;
- 3 possède exclusivement un Axe Horizontal de symétrie ;
- 4, 6, 7 et 9 n'interviendront pas ici.

2. Axe de symétrie vertical : (*11 nombres symétriques*)

- 0, 1, 8
- 25 et 52
- En intercalant 0, 1 ou 8 on obtient : 205, 215, 285 et 502, 512, 582

3. Centre de symétrie : (*14 nombres symétriques*)

- 6 et 9
- 69 et 96
- En intercalant 0, 1, 2, 5 ou 8 on obtient : 609, 619, 629, 659, 689 et 906, 916, 926, 956, 986 (*10 nombres*)

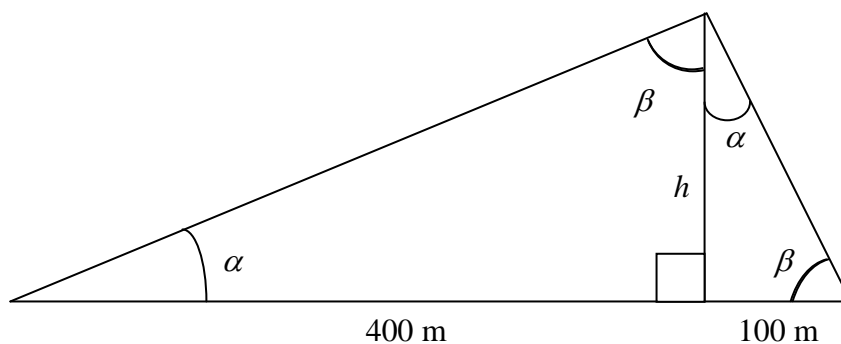
4. Axe de symétrie horizontal : (46 nombres symétriques)

- 0, 1, 8 sont déjà comptés, il reste 3 (1 nombre)
- À deux chiffres : 10, 13, 18, 30, 31, 38, 80, 81, 88 (9 nombres)
- Au moyen d'un arbre, les nombres à trois chiffres ne commençant pas par 0 : 103, 108, 130, 138, 180, 183, 301, 308, 310, 318, 380, 381, 801, 803, 810, 813, 830, 831. (18 nombres)
- Au moyen d'un arbre, les nombres à quatre chiffres ne commençant pas par 0 : 1038, 1083, 1308, 1380, 1803, 1830, 3018, 3081, 3108, 3180, 3801, 3810, 8013, 8031, 8103, 8130, 8301, 8310. (18 nombres)

2. DEUX POINTS DE VUE.

66 % des équipes abordent cet exercice, 35 % trouvent la bonne réponse : **200 m**.

$\alpha + \beta = 90^\circ$ donc ces angles sont deux angles aigus d'un triangle rectangle.



On déduit $\tan(\alpha) = h / 400 = 100 / h$ d'où $h^2 = 40000$ et $h = 200$ m.

3. MILLEFEUILLES.

84 % des équipes abordent cet exercice, 56 % trouvent la bonne réponse : **24096**.

Sur quatre mois consécutifs, les montants des ventes sont par hypothèse : $a, b, c, d = \frac{a+b+c}{3}$.

On tire $a = 3d - b - c$ donc sur quatre mois consécutifs, mais en reculant, les montants des ventes sont $d, c, b, 3d - c - b$

Ainsi en septembre il s'est vendu $3 \times 2012 - 2011 - 2010 = 2015$ mille-feuilles. Etc.

Au moyen d'un tableur, par exemple, on obtient :

Déc	2012		
Nov	2011		
Oct	2010		
Sept	2015		
Aout	2008		
Juil	2007		
Juin	2030		
Mai	1987		
Avril	2004		
Mars	2099		
Fév	1858		
Jan	2055		24096

4. NOMBRES SECS.

92 % des équipes abordent cet exercice, 28 % trouvent la bonne réponse : **4247**.

Il est rare qu'un exercice attire autant d'équipes.

Précisons que les nombres étudiés sont qualifiés de SECS parce qu'ils sont sans "O" donc sans "EAU". Il faut bien s'amuser un peu.

intervalle	ne sont pas secs	quantité de nombres secs	cumul
0	zérO	0	0
1 à 9	trOis.	8	8
1 à 10		9	
10 à 19	Onze, dOuze, quatOrze → 10 – 3	7	15
20 à 59	23, 33, 43, 53 (quatre dizaines "normales")	36	51
60 à 79	deux dizaines "sOixante", aucun sec.	0	51
80 à 99	on enlève 83, 91, 92, 94 → 20 – 4	16	67
1 à 100		68	
100 à 299	deux centaines "normales" → 2 × 68	136	203
300 à 399	trOis cent ... On les enlève tous.	0	203
400 à 999	6 centaines "normales" → 6 × 68	408	611
1 à 1000		612	
1000 à 2999	Deux milliers → 2 × 612	1224	1835
3000 à 3999	trOis mille ... (aucun sec).	0	1835
4000 à 4199	deux centaines "normales" → 2 × 68	136	1971
4200 à 4219	on enlève 4203, 4211, 4112, 4214 → 20 – 4	16	1987
4220 à 4239	deux dizaines "normales" → 2 × 9	18	2005
4240 à 4247	4240, 4241, 4242, 4244, 4245, 4246, 4247 (tous sauf 4243)	7	2012

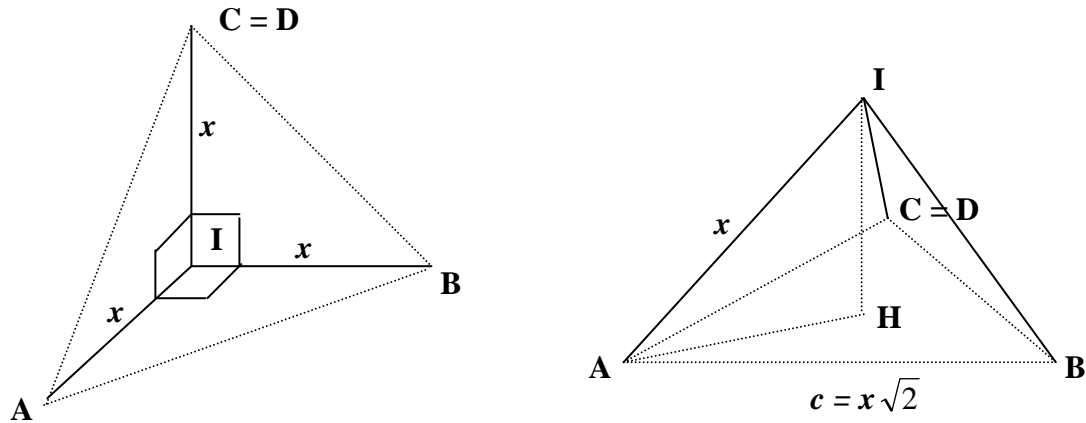
Il n'y a pas de doute, le 2012^{ème} nombre sec est bien **4247**.

5. CHAPEAU POINTU.

83 % des équipes abordent cet exercice, 38 % trouvent la bonne réponse : **2012** cm³.

Plusieurs équipes ont affirmé que le solide, n'ayant pas de fond n'a pas non plus de volume !
Pour la cuisine, entre autres, ce serait fâcheux que les casseroles n'aient pas de volume !

Après la découpe et le pliage, le chapeau a l'une des allures ci-dessous :



Le côté $c = AB$ vaut $\sqrt{1052,5}$ cm donc $IA = IB = IC = x = \sqrt{\frac{1052,5}{2}} = \sqrt{526,25}$ cm.

Curieusement, la majorité des équipes a préféré poser le chapeau sur sa base triangulaire (figure droite), Il y a eu énormément d'erreurs dans le calcul de la hauteur IH , alors que les calculs étaient 10 fois plus simples en posant le chapeau comme indiqué sur la figure gauche.

A gauche : La base a une aire égale à $x^2 / 2$, la hauteur est égale à $AI = x$, donc le volume est égal à $\frac{1}{3} \frac{x^2}{2} x = \frac{x^3}{6} = \frac{526,25 \sqrt{526,25}}{6} \approx 2012,04$ qu'on arrondit à **2012** cm³.

A droite : La base a une aire égale à $\frac{(x\sqrt{2})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{x^2 \sqrt{3}}{2}$, la hauteur se calcule dans le triangle rectangle AHI , connaissant l'hypoténuse $AI = x$ et $AH = \frac{x\sqrt{6}}{3}$. Soit $HI = \frac{x\sqrt{3}}{3}$

On retrouve évidemment le volume $x^3 / 6$.

6. LA LONGUE SUITE.

76 % des équipes abordent cet exercice, 48 % trouvent la bonne réponse : **1243**.

En effet, le meilleur choix de a est $a = 1243$ avec la longue suite de 11 termes positifs :

2012 ; 1243 ; 769 ; 474 ; 295 ; 179 ; 116 ; 63 ; 53 ; 10 ; 43 suivi de -33 .

Pourquoi 1243 ?

• Une équipe du Lycée La Prat's de Cluny [BERT ; BEGEY ; MIJIEUX ; JACQUET de TS1] a bien senti que le rapport entre deux termes consécutifs avait intérêt à demeurer constant, car avec trois termes consécutifs x, y, z tels que $z = x - y$ et $x / y = y / z$ on aurait :

$$r = \frac{x}{y} = \frac{y}{z} = \frac{y}{x - y} = \frac{1}{x/y - 1} = \frac{1}{r - 1}$$

d'où l'on tire facilement $r = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx 1,618034$ le fameux nombre d'or.

Le quatrième terme $t = y - z$ serait alors tel que $\frac{z}{t} = \frac{z}{y-z} = \frac{1}{y/z-1} = \frac{1}{r-1} = r$ et on aurait une suite géométrique illimitée.

Mais il faut que a soit entier ce qui impose de prendre a le plus proche possible de la valeur $2012 / 1,618034 \approx 1243,48$.

- On peut aussi, comme la plupart des équipes, faire des "essais" genre dichotomie :

2012 ; 1000 ; 1012 ; - 12 beaucoup trop court ;

2012 ; 1500 ; 512 ; 988 ; - 476.

2012 ; 1250 ; 762 ; 488 ; 274 ; 214 ; 60 ; 154 ; - 94 etc.

- Mais si on n'a pas l'intuition géniale de l'équipe de La Prat's, la méthode naturelle consiste à regarder ce qui se passe :

La suite est :

2012 ; a ; $2012 - a$; $2a - 2012$; $2 \times 2012 - 3a$; $5a - 3 \times 2012$; $5 \times 2012 - 8a$;

$13a - 8 \times 2012$; $13 \times 2012 - 21a$; $34a - 21 \times 2012$; $34 \times 2012 - 55a$; etc.

[On reconnaît dans les coefficients la suite de Fibonacci et on retrouve le nombre d'or.]

En écrivant que les termes de la suite sont positifs comme demandé, on obtient des inéquations de plus en plus "serrées" comme :

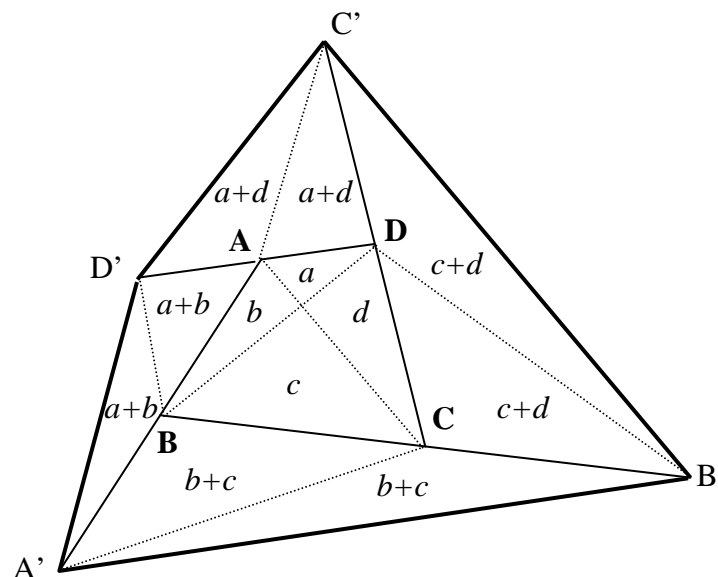
$34a - 21 \times 2012 > 0$ soit $a > 1242,705\dots$

$34 \times 2012 - 55a > 0$ soit $a < 1243,781\dots$

Ce qui ne laisse que le choix de $a = 1243$ pour les entiers.

7. QUADRILAT'AIRE.

64 % des équipes abordent cet exercice, 22 % trouvent la bonne réponse : 5.



Traçons $A'C$, $B'D$, $C'A$, $D'B$, AC et BD [En pointillé sur la figure ci-dessus].

Notons a, b, c, d les aires des quatre triangles à l'intérieur de $(ABCD)$.

Les triangles (ADC) et (ADC') ont même hauteur et par hypothèse même base. Ils ont donc la même aire $a + d$. Il en est de même pour les triangles $(1C'D)$ et $(AC'D')$.

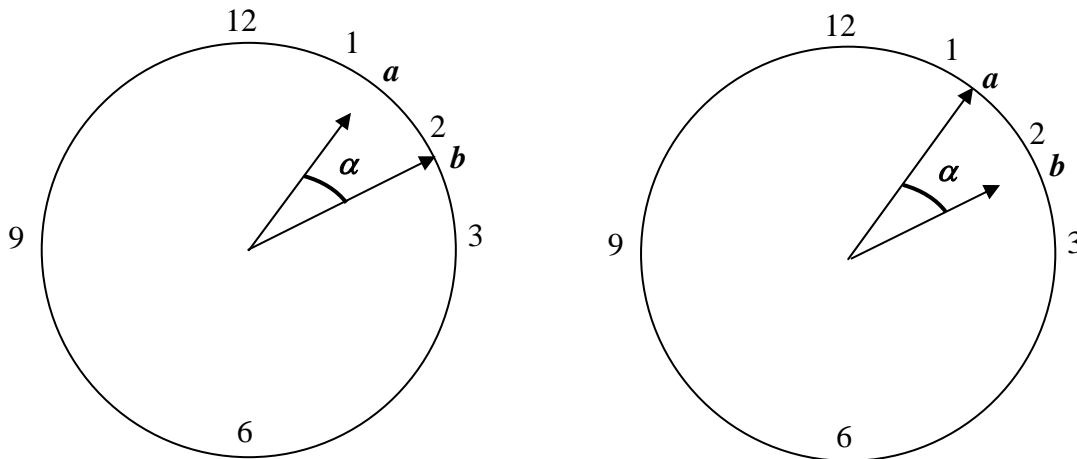
On peut ainsi exprimer en fonction de a, b, c, d toutes les aires.

L'aire de (ABCD) est $a + b + c + d$ alors qu'un simple coup d'oeil montre que l'aire de (A'B'C'D') est $5(a + b + c + d)$ car chacune des lettres a, b, c, d est présente 5 fois.

Le rapport des aires demandé est égal à **5**.

8. L'HEURE DE LA SIESTE.

80 % des équipes abordent cet exercice, 17 % trouvent la bonne durée **55 minutes et 23 secondes**.



Soit a la position de la petite aiguille au début de la sieste.

Pendant que la petite aiguille est passée de la position a à la position b , la grande aiguille est passée de la position b à la position a , mais en ayant tourné 12 fois plus vite.

Donc (en degrés) $12\alpha = 360 - \alpha$ d'où l'on tire $\alpha = 360 / 13^\circ$ qui correspond à l'angle décrit par la petite aiguille.

Comme celle-ci décrit 30° en 60 minutes, la durée de la sieste a été de $720 / 13$ minutes soit **55 minutes et 23 secondes** environ.

9. LE CARRÉ TOURNANT.

79 % des équipes abordent cet exercice, 29 % trouvent la bonne réponse : **2012 cm²** :

Au diable l'avarice, étudions ce qui se passe quand l'angle de rotation est α (inférieur à 45°).

La figure ci-dessous possède plusieurs axes de symétrie (Δ, Δ', OB , etc.), en particulier l'angle (AOB) est un demi angle droit.

Posons $t = \tan(\alpha / 2)$; $u = \tan(\pi/4 - \alpha/2)$ et soit c le demi-côté des carrés.

Compte tenu des symétries, l'aire commune demandée est égale à 8 fois l'aire du triangle (OAB).

On a : $HA = ct$; $HB = cu$.

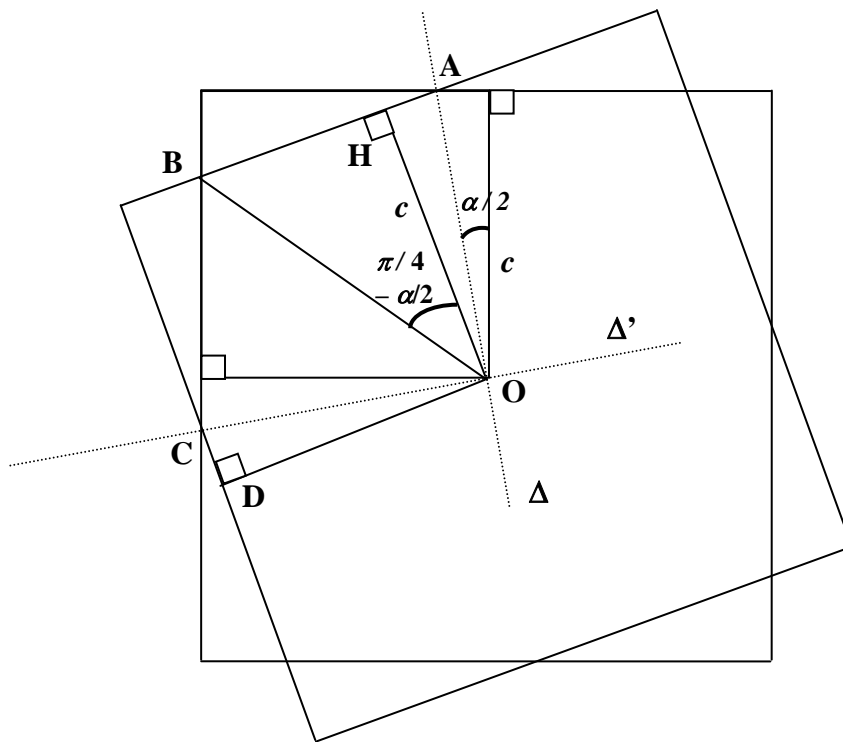
Donc l'aire de (OAB) est égale à $c / 2 (HA + HB) = c^2 / 2 (t + u)$.

D'après la formule $\tan(a - b) = (\tan(a) - \tan(b)) / (1 + \tan(a)\tan(b))$, $u = \tan(\pi/4 - \alpha/2) = \frac{1-t}{1+t}$.

Donc $t + u = \frac{1+t^2}{1+t}$ et l'aire commune est $8 \text{ aire (OAB)} = 4c^2 (t + u) = 4c^2 \frac{1+t^2}{1+t}$.

Dans le problème, $c = 23,3 \text{ cm}$ et $t = \tan(5^\circ)$ donc l'aire commune est :

$$4 (23,3)^2 \frac{1 + \tan^2(5^\circ)}{1 + \tan(5^\circ)} \approx 2012,14 \text{ cm}^2 \text{ arrondie à } \mathbf{2012 \text{ cm}^2}.$$





IREM de Dijon



Université de Bourgogne - U.F.R. Sciences et Techniques - IREM –
9, avenue Savary - B.P. 47 870 - 21078 DIJON cedex
☎ 03 80 39 52 30 - Télécopie 03 80 39 52 39
e-mail "iremsecr@u-bourgogne.fr"
<http://math.u-bourgogne.fr/IREM/>