

SOLUTION – 015.

Il y a **23** pions sur une table et deux joueurs A, B.

A tour de rôle, chaque joueur doit retirer **1, 2, 3, 4** ou **5** pions du tas. Quand le tas est vide, le gagnant est celui qui possède un nombre pair de pions.

A commence, que joue-t-il ?

Voici la stratégie qui donne, lorsque c'est possible, le coup gagnant d'un joueur.

signifie qu'il n'y a pas de coup gagnant. Le joueur fait alors n'importe quoi.

Cette stratégie est valable à tout moment de la partie :

Nombre de pions restants (modulo 12)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	0
Si le joueur possède déjà un nombre pair de pions, il doit en prendre :	#	2	2	4	4	#	1	1	3	3	5	5
Si le joueur possède déjà un nombre impair de pions, il doit en prendre :	1	1	3	3	5	5	#	2	2	4	4	#

Appliquons là avec 23 pions :

$23 \bmod 12 = 11$, et au début, A possède 0 pion (pair). Il doit en prendre 5, il en reste 18.

$18 \bmod 12 = 6$, et au début, B possède 0 pion. Il est coincé quoi qu'il fasse (#).

Disons qu'il prend 4 pions, il en reste 14.

$14 \bmod 12 = 2$, et A possède 5 pions (impair). Il doit en prendre 1. Il en reste 13.

$13 \bmod 12 = 1$, et B possède 4 pions (pair). Il est coincé quoi qu'il fasse (#).

Disons qu'il prend 2 pions, il en reste 11.

$11 \bmod 12 = 11$, et A possède 6 pions (pair). Il doit en prendre 5, il en reste 6.

$6 \bmod 12 = 6$, et B possède 6 pions (pair). Il est coincé quoi qu'il fasse (#).

Disons qu'il prend 3 pions, il en reste 3.

A prend les 3 pions restants, il en possède 14, il a gagné.

La démonstration se fait par récurrence.

Les résultats des premières colonnes du tableau sont évidents.