SOLUTION – 040.

Si on note (x , y) le PGCD de x et y et (x, y, z) le PGCD de x, y, z et si de même on note : $[x, y]$ le PPMC de x et y et $[x, y, z]$ le PPMC de x, y, z alors, démontrer dans l'ensemble des entiers naturels N l'identité :

$$([a , b] , [b , c] , [c , a]) = [(a , b) , (b , c) , (c , a)].$$

Pour un nombre premier p notons respectivement α, β, γ les exposants de p dans les décompositions de a, b, c en facteurs premiers.

L'exposant de p dans le membre de gauche est MIN (MAX (α, β), MAX (β, γ), MAX (γ, α)).
L'exposant de p dans le membre de droite est MAX (MIN (α, β), MIN (β, γ), MIN (γ, α)).

Ces deux exposants sont égaux (à l'exposant médian parmi α, β, γ), et ceci pour tout p premier, d'où l'identité souhaitée.