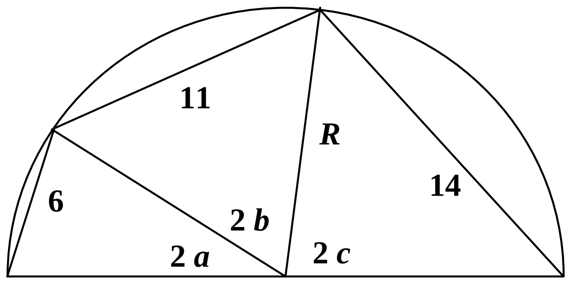
SOLUTION – 46.

Un hexagone convexe est inscrit dans un cercle.
Deux de ses côtés mesurent **6** cm, deux de ses côtés mesurent **11** cm,
Deux de ses côtés mesurent **14** cm, quel est le diamètre du cercle ?



En désignant par $2a$, $2b$, $2c$ les mesures des angles au centre correspondant respectivement aux côtés de 6, 11, 14 cm, on a par hypothèse : $2\,(2a + 2b + 2c) = 360\,°$ donc $\boldsymbol{a + b + c = 90\,°}$
Donc, quitte à permuter certains triangles, on peut supposer qu'on a le demi-cercle de la figure ci-dessus.

Ensuite : $2\,R \sin(a) = 6$ donc $\sin(a) = \dfrac{3}{R}$ d'où $\cos(a) = \dfrac{\sqrt{R^2 - 9}}{R}$

$2\,R \sin(b) = 11$ donc $\sin(b) = \dfrac{11}{2R}$ d'où $\cos(b) = \dfrac{\sqrt{4R^2 - 121}}{2R}$ et $2\,R \sin(c) = 14$

Donc $\dfrac{7}{R} = \sin(c) = \sin(90 - a - b) = \cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) =$

$\dfrac{\sqrt{(R^2 - 9)(4R^2 - 121)}}{2R^2} - \dfrac{33}{2R^2}$ d'où on tire en multipliant par $2\,R^2$:

$14\,R + 33 = \sqrt{(R^2 - 9)(4\,R^2 - 121)}$ et par élévation au carré :

$196\,R^2 + 924\,R + 1089 = 4\,R^4 - 157\,R^2 + 1089$ qui se simplifie en :

$4\,R^4 - 353\,R^2 - 924\,R = 0$ soit en multipliant par $2\,/\,R$: $8\,R^3 - 706\,R - 1848 = 0$

qui équivaut en posant $d = 2R$ à $d^3 - 353\,d - 1848 = 0$ c'est à dire $(d - 21)\,(d^2 + 21\,d + 88) = 0$.

Cette équation a une seule solution positive : $d = 21$.

<u>**Le diamètre du cercle mesure donc 21 cm**</u>.