SOLUTION – 58.

Quelle est la somme de tous les entiers dont le produit des chiffres est égal à 2000 ?
(Le chiffre 1 étant exclus)

Les entiers dont le produit des chiffres est 2000 ne peuvent avoir dans leur écriture que les chiffres 2 ; 4 ; 8 ; 5 puisque $2000 = 2^4\,5^3$.

Il y a 4 cas **à l'ordre près** :

- Les chiffres sont 2 2 2 2 5 5 5. Il y a $C_7^3 = 35$ entiers.

  $C_6^2 = 15$ se terminent par 5 et $C_6^3 = 20$ se terminent par 2.
  Quand on ajoute ces 35 entiers, dans la colonne des unités, on a
  15.5 + 20.2 = 115. Il en est de même par symétrie dans les 7 colonnes de l'addition. Donc la somme de ces 35 entiers est $115 \times 1111111 = 127777765$.

- Les chiffres sont 2 2 4 5 5 5. Il y a $6\,C_5^2 = 60$ entiers.

  10 se terminent par 4, 20 se terminent par 2 et 30 se terminent par 5.
  Dans les 6 colonnes de l'addition, on a donc 10.4 + 20.2 + 30.5 = 230
  Donc la somme de ces 60 entiers est $230 \times 111111 = 25555530$.

- Les chiffres sont 2 5 5 5 8. Il y a $2\,C_5^2 = 20$ entiers.

  4 se terminent par 2, 12 se terminent par 5 et 4 se terminent par 8.
  Dans les 5 colonnes de l'addition, on a donc 4.2 + 12.5 + 4.8 = 100
  Donc la somme de ces 20 entiers est $100 \times 11111 = 1111100$.

- Les chiffres sont 4 4 5 5 5. Il y a $C_5^2 = 10$ entiers.

  4 se terminent par 4, 6 se terminent par 5.
  Dans les 5 colonnes de l'addition, on a donc 4.4 + 6.5 = 46.
  Donc la somme de ces 10 entiers est $46 \times 11111 = 511106$.

Ce qui donne un total de 127777765 + 25555530 + 1111100 + 511106 = **154955501**.