SOLUTION – 61.

En base 10 trouver un entier non nul égal à 61 fois la somme de ses chiffres. Démontrer que c'est impossible pour 62.

Un examen des premiers multiples de 61 donne immédiatement : $732 = 61 \times (7 + 3 + 2)$

Pour 62, c'est plus compliqué :
Notons s(N) la somme des chiffres de N.

Si N possède n chiffres, le rapport entre N et s(N) est minoré par $\dfrac{100...0}{9+9+...+9} = \dfrac{10^{n-1}}{9n} = u_n$.

Or u_n est croissante (examiner le rapport u_{n+1} / u_n), et comme $u_5 \approx 222 > 62$, il suffit d'examiner les entiers N ayant 4 chiffres au plus.

Examinons ceux qui sont compris entre 2000 et 9999 :

S'ils commencent par 2, le rapport entre N et s(N) est minoré par $\dfrac{2000}{2+27} \approx 68{,}9 > 62$.

S'ils commencent par 3, le rapport entre N et s(N) est minoré par $\dfrac{3000}{3+27} = 100 > 62$.

Et ainsi de suite jusqu'à 9 où le rapport est minoré par 9000 / 36 = 250 > 32.

Il ne reste à examiner que les multiples de 62 inférieurs à 2000, pour lesquels le rapport entre N et s(N) n'est entier que 6 fois, mais jamais égal à 62.