

SOLUTION – 76.

Factoriser sans machine l'entier $N = 59\,618\,644\,792\,167\,841$.

Une indication quand même : $N = 5^{24} + 2^{24} + 14 \times 10^{12}$.

Si on pose $a = 5^6$ et $b = 2^6$ alors $N = a^4 + b^4 + 14 a^2 b^2$.

On pense au début du développement de $(a + b)^4 = a^4 + 4 a^3 b + 6 a^2 b^2 + 4 a b^3 + b^4$.

Ainsi : $(a + b)^4 - (a^4 + b^4 + 14 a^2 b^2) = 4 a^3 b - 8 a^2 b^2 + 4 a b^3 = 4 ab (a - b)^2$.
donc : $(a + b)^4 - N = 4 ab (a - b)^2$ soit $N = (a + b)^4 - 4 ab (a - b)^2$

ce qui donne $N = (5^6 + 2^6)^4 - 4 \times 10^6 (5^6 - 2^6)^2$ qui est une différence de carrés.

Finalement : $N = [(5^6 + 2^6)^2 - 2 \times 10^3 (5^6 - 2^6)] [(5^6 + 2^6)^2 + 2 \times 10^3 (5^6 - 2^6)]$

ou $N = 59\,618\,644\,792\,167\,841 = 215\,022\,721 \times 277\,266\,721$.

Remarque : les 2 facteurs de N sont premiers.