SOLUTION – 008.

Démontre que dans R, si on a $x + y + z = a$ et $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{a}$,

alors, l'un des 3 nombres x, y, z est égal à a.

Posons $S_1 = x + y + z$; $S_2 = xy + yz + zx$ et $S_3 = xy\,z$.

Par hypothèse, on a $S_1 = a$ et $\frac{S_2}{S_3} = \frac{1}{a}$. Donc $S_3 = a\,S_2$.

Cela entraîne $(a - x)(a - y)(a - z) = a^3 - S_1\,a^2 + S_2\,a - S_3 = 0$ d'après ce qui précède.
L'un des facteurs est nul, c'est terminé.