

Rallye Mathématique

des écoles de Côte d'Or

2012

Problèmes et corrigés des trois étapes
et des exercices bonus



Rallye-Mathématiques des écoles : présentation du projet

Objectifs du projet :

- proposer aux classes volontaires d'aborder la résolution de problèmes,
- proposer ce travail sous forme coopérative,
- permettre aux élèves de clarifier leur démarche de résolution,
- faire en sorte de réaliser des travaux de recherche en groupe, d'argumenter par rapport à une solution proposée, de valider une solution commune à la classe,
- apprendre à chercher et trouver du plaisir à la recherche dans une démarche originale et motivante.

Modalités de travail :

- Le rallye comporte trois étapes (février, mars, avril 2012), à chaque étape les classes reçoivent une série de 10 énoncés de problèmes dont 6 sont à résoudre selon le niveau de la classe. Certains des problèmes sont communs à deux ou trois niveaux.
- Les énoncés couvrent tous les domaines d'apprentissage en Mathématiques et s'inscrivent dans les programmes 2008 de l'école primaire ; ces énoncés sont conçus par un groupe de travail composé de membres de l'OCCE, de l'APMEP Bourgogne (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public), de l'IREM de Dijon (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) et du groupe départemental des Mathématiques de l'Inspection Académique de Côte d'Or.
- Répartition des problèmes :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
CE2										
		CM1								
				CM2						

- Les six problèmes sont à résoudre en une heure ; le travail de groupe est donc à privilégier (tous les élèves n'ont pas forcément à résoudre tous les problèmes).
- Pour chaque problème, la classe se met d'accord sur une seule solution qui est renvoyée ; un travail de mise en commun puis de mise en forme (postérieur ou pas au temps de la résolution) est nécessaire.

Après réception des énoncés des problèmes, chaque classe dispose d'une semaine pour les résoudre et renvoyer ses solutions (productions manuscrites des élèves) par courrier postal.

Ce fascicule analyse les problèmes et les différentes procédures produites par les classes.

Sommaire

Présentation

p 2

Répartition des domaines mathématiques des trois étapes p 4

Enoncés des problèmes des trois étapes

étape 1 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10	p 5 à 12
étape 2 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10	p 13 à 17
étape 3 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10	p 18 à 22

Résultats des problèmes des trois étapes

Résultats des 10 exercices étape 1	p 23
Résultats des 10 exercices étape 2	p 24
Résultats des 10 exercices étape 3	p 25

Exercices corrigés, analysés des trois étapes et autres activités possibles

étape 1 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10	p 26 à 39
étape 2 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10	p 40 à 49
étape 3 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10	p 50 à 63

Exercices bonus et corrigés

Enoncés CE2	p 64
Enoncés CM1 ,	p 65
Enoncés CM2	p 66
Réponses	p 67
Quelques histoires	p 68
	p 69

Répartition des domaines mathématiques des 3 étapes

	Etape 1	Niveau classe			Domaines abordés				
		CE2	CM1	CM2	Numération	Calcul	Géométrie	Mesures	Gestion de données
1	Retour à la case départ	x				x			
2	Les rectangles	x					x		
3	Les drapeaux	x	x						x
4	Les glaces déformantes	x	x				x		
5	Au terrain de foot	x	x	x				x	x
6	Le carré de nombres	x	x	x	x	x			
7	A la cafeteria		x	x	x				x
8	Le calendrier perpétuel		x	x			x		x
9	29 février			x				x	
10	Quel désordre !			x		x			

	Etape 2	Niveau classe			Domaines abordés				
		CE2	CM1	CM2	Numération	Calcul	Géométrie	Mesures	Gestion de données
1	Sudoku	x							x
2	L'escargot Nestor	x				x			
3	L'autocollant porte-bonheur	x	x					x	
4	Le pont suspendu	x	x						x
5	Noir c'est noir	x	x	x			x		
6	Les diodes de la calculette	x	x	x	x				
7	La combinaison mystérieuse		x	x	x				
8	Les cubes de mon petit frère		x	x			x		
9	L'itinéraire du tram			x				x	
10	Les marguerites			x		x			

	Etape 3	Niveau classe			Domaines abordés				
		CE2	CM1	CM2	Numération	Calcul	Géométrie	Mesures	Gestion de données
1	Minimum de couleurs	x					x		
2	Suites de nombres	x			x	x			
3	En plein dans le mille !	x	x		x				
4	Les camions	x	x						x
5	Les chiens de Monsieur Hugo	x	x	x					x
6	Les pièces de monnaie	x	x	x		x		x	
7	L'hôtel d'Hexa l'abeille		x	x			x		
8	Les bonbons		x	x	x				
9	Qui s'y frotte s'y pique		x	x					x
10	Drôle de calculatrice			x		x			

Rallye mathématique des écoles de Côte d'Or 2012

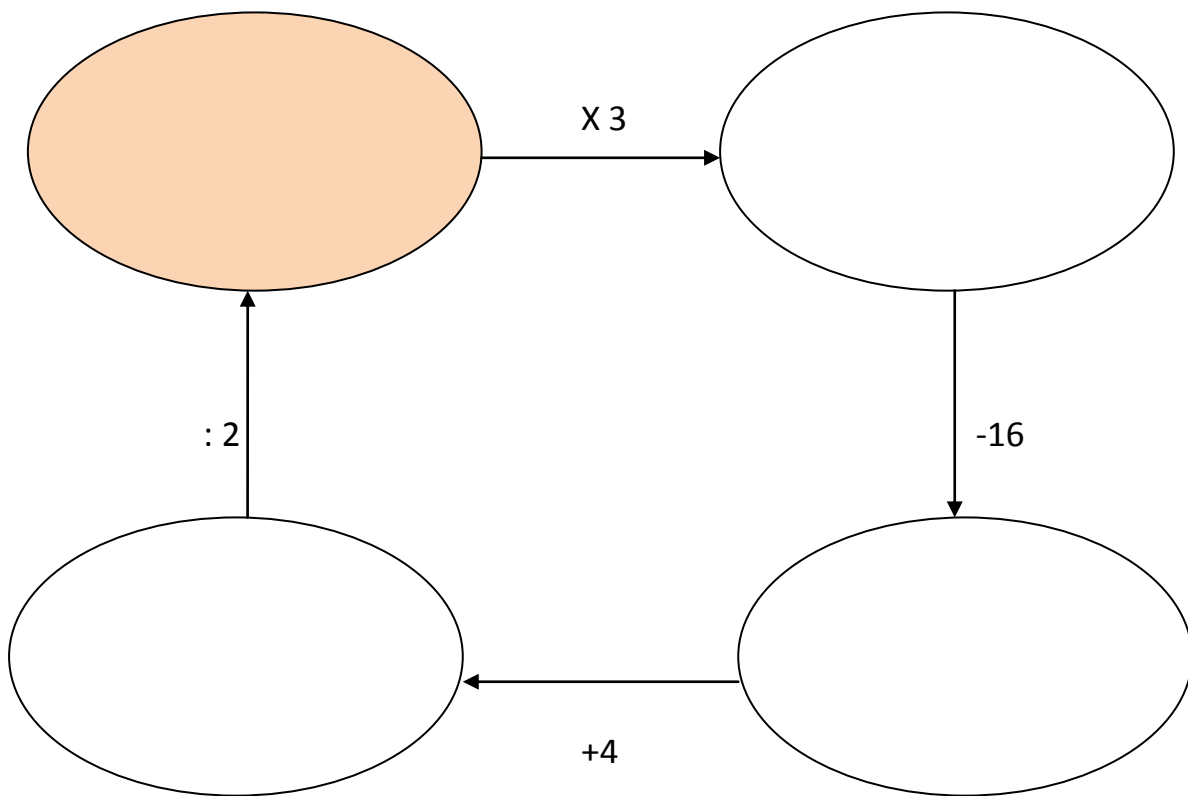
Problèmes de l'étape 1

CE2 : exercices 1 à 6

CM1 : exercices 3 à 8

CM2 : exercices 5 à 10

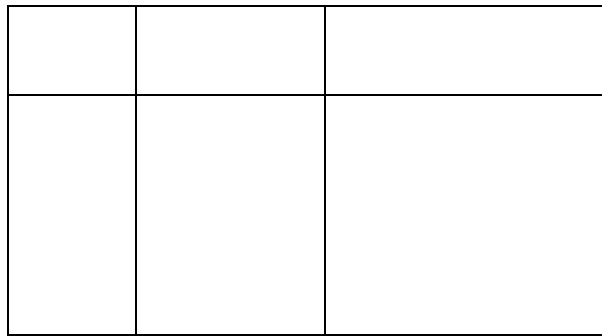
Exercice n° 1 : Retour à la case départ



Trouvez le nombre que l'on peut mettre dans la case colorée.

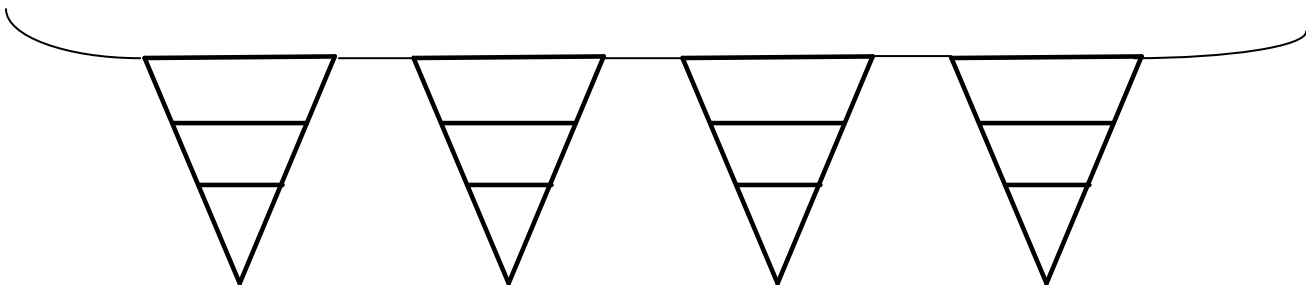
Exercice n° 2 : Rectangles dans un rectangle

Combien peut-on compter de rectangles sur cette figure ?



Exercice n° 3 : Les petits drapeaux qui volent dans l'air ...

Pour la fête de l'école, les élèves fabriquent une guirlande de jolis drapeaux tous différents (même forme mais de couleurs différentes).



Ils utilisent trois couleurs : rouge, vert et jaune.

Ils préparent leur travail en traçant sur une feuille plusieurs drapeaux pour les colorier.

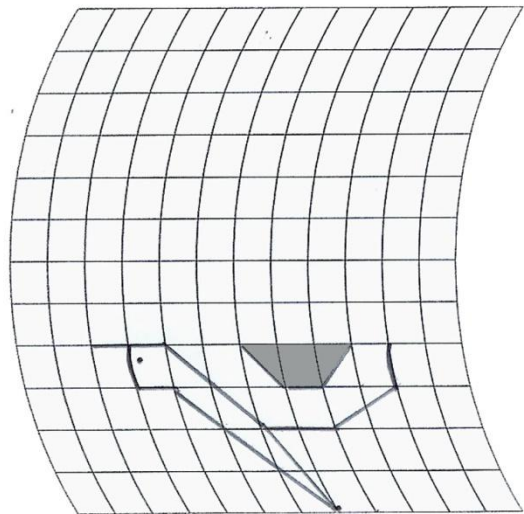
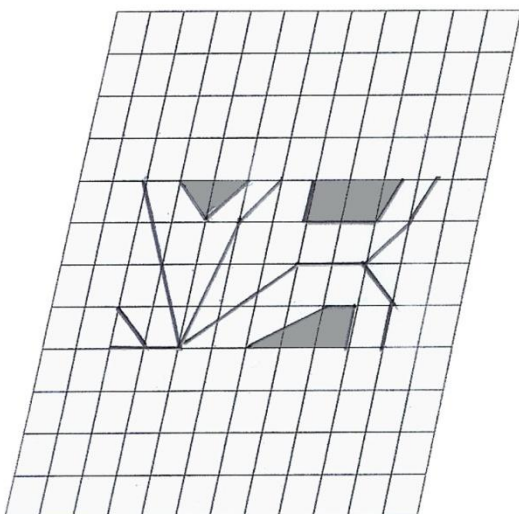
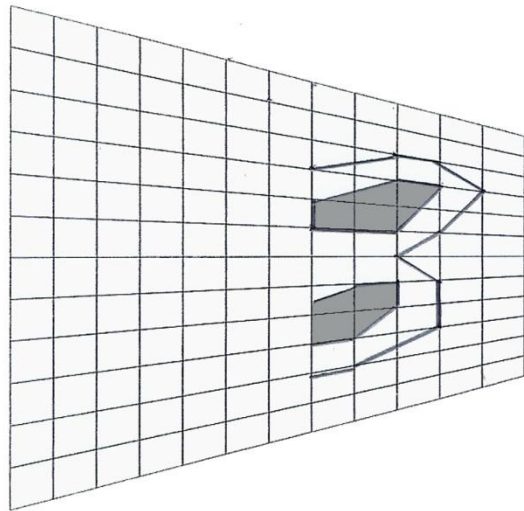
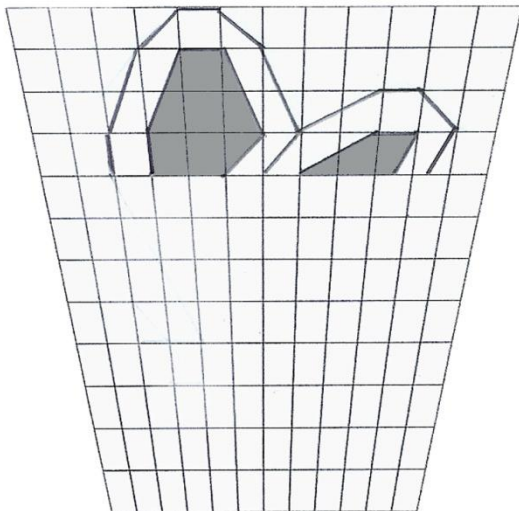
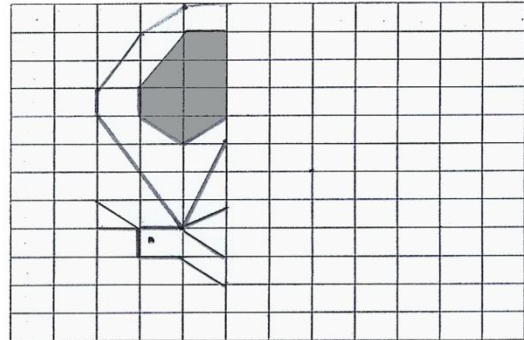
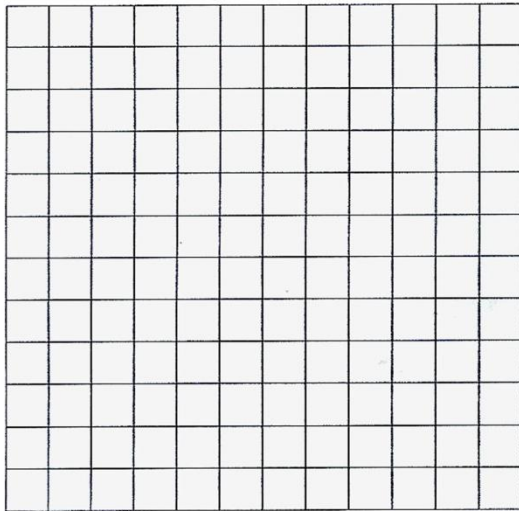
Clément dit : « Je pense que huit drapeaux, ça suffit »

Xavier répond : « T'es fou ! Il en faut plus, un drapeau peut être tout rouge ou n'avoir que deux couleurs, et si tu colories en partant du haut rouge, vert et jaune, ce n'est pas pareil que vert, jaune et rouge ! »

Mais combien pourront-ils faire de drapeaux différents ?

Exercice n° 4 : Glaces déformantes

Un personnage traverse la galerie des glaces déformantes, mais la lumière est mauvaise. A l'aide des différents morceaux de son reflet, reconstituez le personnage sur la glace non déformée.



Exercice n° 5 : Au terrain de foot

Quatre enfants partent de leur maison pour arriver au terrain de foot.

Anatole arrive à 15h57.

Barnabé arrive 6 minutes après Anatole.

Camille arrive 11 minutes après David.

David arrive 9 minutes avant Barnabé.

A quelle heure arrive le dernier des quatre amis ?

Exercice n° 6 : Le carré caché

Voici une grille des nombres de 1 à 100.

La somme des neuf nombres placés dans le carré gris est 297.

Claude m'a écrit avoir trouvé un carré colorié en rose (9 cases aussi), dont la somme des nombres est 585.

Mais Claude ne m'a pas transmis son carré colorié. Aidez-moi à le retrouver !

Coloriez-le.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Exercice n° 7 : A la cafétéria

A la cafeteria, on sert deux sortes de repas, l'un à 9 €, l'autre à 12 €.

A un moment, la caissière fait ses comptes. Elle a 96 €.

Combien de repas de chaque sorte ont été servis ?

Aidez la caissière et donnez toutes les solutions possibles !



Exercice n° 8 : Le Calendrier perpétuel

Voici un calendrier perpétuel en kit mais la notice n'a pas l'air complète : les faces des cubes n'ont pas été imprimées.

Il faut choisir 12 étiquettes à coller sur les faces des cubes pour pouvoir indiquer la date, quel que soit le jour.



Pour réaliser un calendrier perpétuel

Matériel nécessaire :

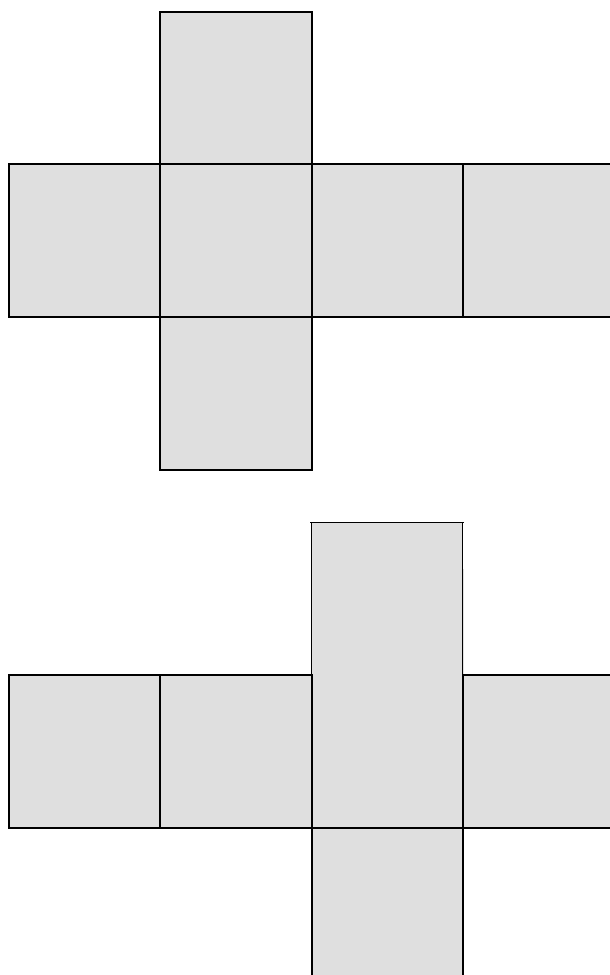
Colle, Ciseaux

Feuilles ci-dessous photocopiées ou reproduites sur feuilles cartonnées

Facultatif : carton pour réaliser le socle
(à décorer selon les envies)



Instructions de montage :



	JANVIER	
	FEVRIER	
	MARS	
	AVRIL	
	MAI	
	JUIN	
	JUILLET	
	AOÛT	
	SEPTEMBRE	
	OCTOBRE	
	NOVEMBRE	
	DECEMBRE	

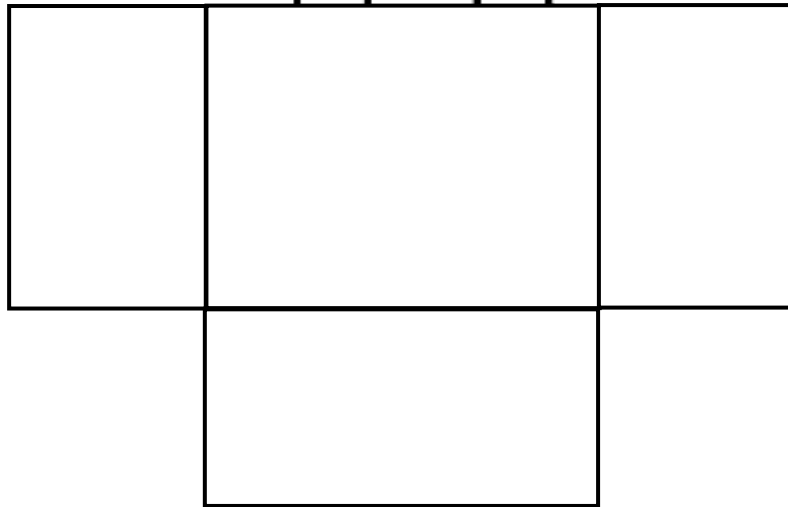
Étiquettes chiffres dont tu peux te servir (à découper et à coller sur les faces) :

0	0	1	1	2	2	3	3	4	4
5	5	6	6	7	7	8	8		

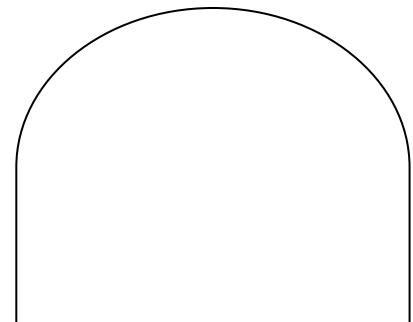
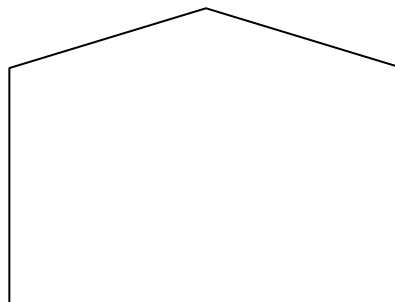
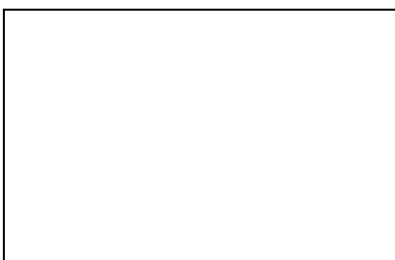
Le Calendrier perpétuel

[retour](#)

Voici quelques idées pour décorer le socle :



A la place de la forme du chat, tu peux faire ce que tu veux.
Par exemple, tu remplaces par l'une de ces formes et tu la décores.



Exercice n° 9 : 29 février

Dates et jours de la semaine :

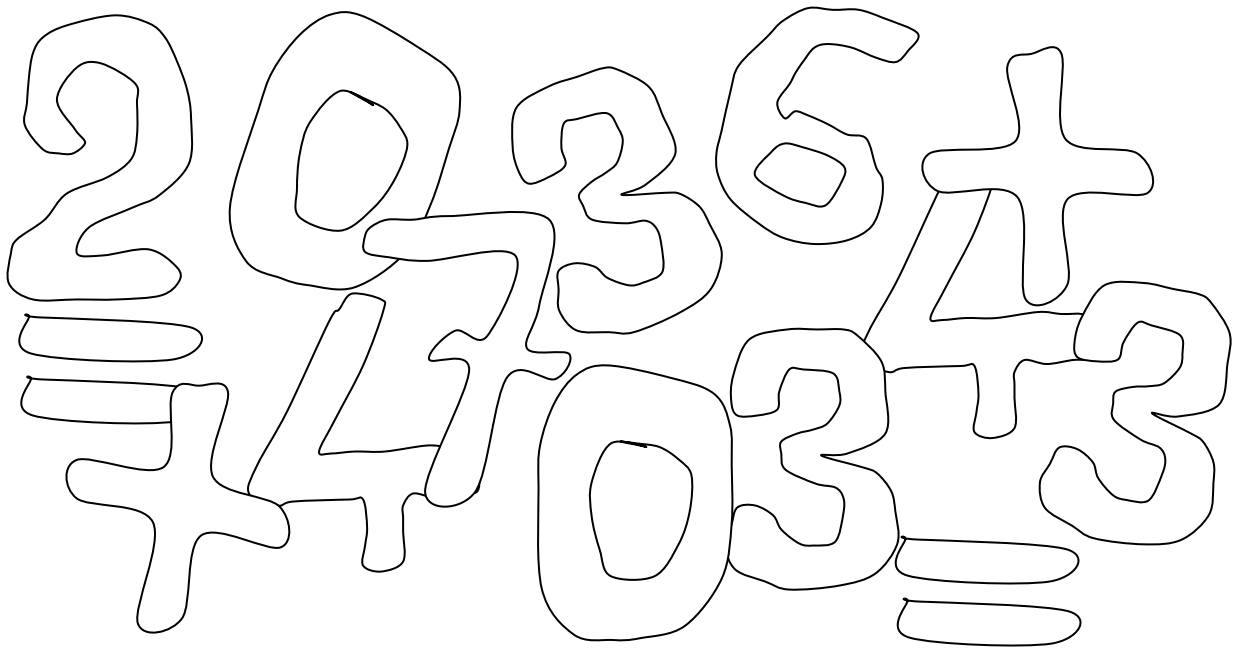
L'anniversaire de Guillaume tombe le 29 février. Cette année, en 2012, c'est un mercredi. Il pourra inviter tous ses copains et leur poser le défi suivant :

« *Quel jour de la semaine serons-nous le 29 février 2016 ?* »

Répondez à sa question !

Exercice n° 10 : Quel désordre !

La malicieuse fée Kalabosse Desmaths a mélangé deux additions avec leur résultat. Aidez-moi à retrouver les deux additions ! (Il y a plusieurs solutions à trouver.)



Rallye mathématique des écoles de Côte d'Or 2012

Problèmes de l'étape 2

CE2 : exercices 1 à 6

CM1 : exercices 3 à 8

CM2 : exercices 5 à 10

Exercice 1 : Sudoku

Mon copain de classe, Arthur m'a apporté un tableau bizarre.

Il n'est pas complet et il doit le remplir. Pour le compléter, il doit respecter les règles suivantes :

Chaque ligne, chaque colonne et chaque carré de 2 sur 2 (blanc ou gris), ne contiennent qu'une seule fois les quatre lettres données (D, E, U et X).

Aidez-le à le remplir.

		E	
		U	
	D		
X	E		

Exercice 2 : Pauvre Nestor

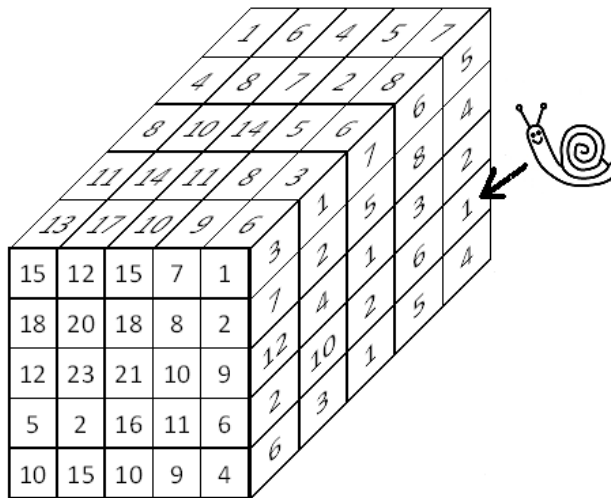
L'escargot Nestor n'a pas de chance. Il a « marché » sur la case marquée 1 du cube ensorcelé et il se retrouve collé dessus.

Il ne peut pas reculer.

Pour se sortir de là, il ne peut qu'aller sur une case voisine par un côté de deux façons :

- en ajoutant **5 (+5)** au nombre de la case où il est
- ou en ôtant (soustrayant) **3 (-3)** au nombre de la case où il est

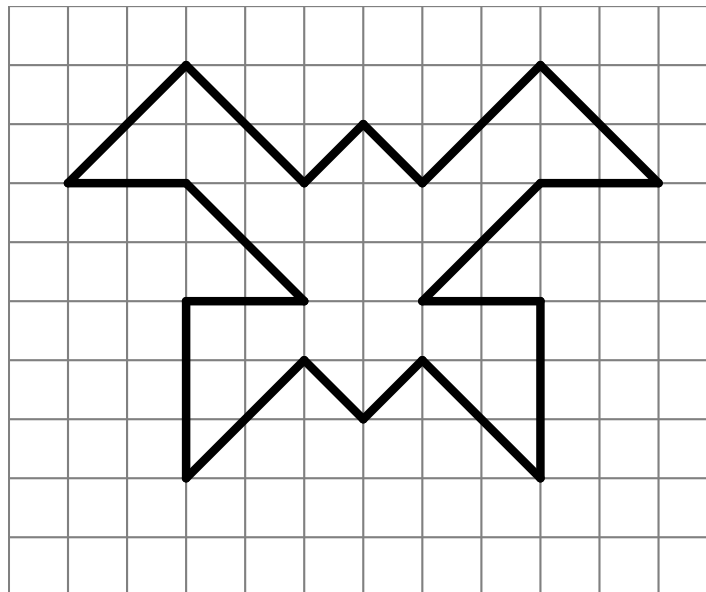
Aidez-le à trouver la sortie.



Exercice 3 : L'autocollant porte-bonheur

« Approchez, venez gagner cet autocollant porte bonheur !

Pour le gagner, donnez le nombre de carreaux que recouvre cet autocollant. »



Exercice 4 : Le pont suspendu

http://ecoles.ac-rouen.fr/circ_dieppe_ouest/outils/math/defi_math.htm



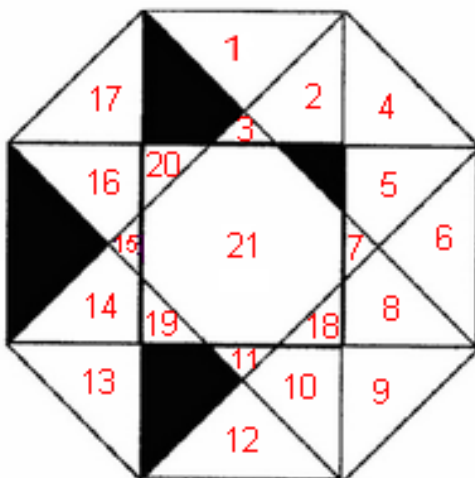
Quatre explorateurs doivent franchir un torrent.
Un seul moyen pour traverser : le pont suspendu fait de lianes et de cordes.

Ce pont ne peut pas supporter plus de 150 kg à la fois.
Aucun explorateur ne veut se trouver seul sur le pont.
Paul pèse 63 kg, Emile 75 kg, Victor 62 kg, Alex 51 kg.
Ils ont trois sacs à transporter. Chaque sac pèse 10 kg.

**Comment peuvent-ils faire pour traverser ?
Trouvez toutes les solutions possibles.**

Exercice 5 : Noir, c'est noir

http://ecoles.ac-rouen.fr/circ_dieppe_ouest/outils/math/defi_math.htm



Noircis le nombre minimum de polygones sur cette figure pour qu'elle ait un axe de symétrie.

Indique le numéro de la zone ou des zones que tu vas noircir :

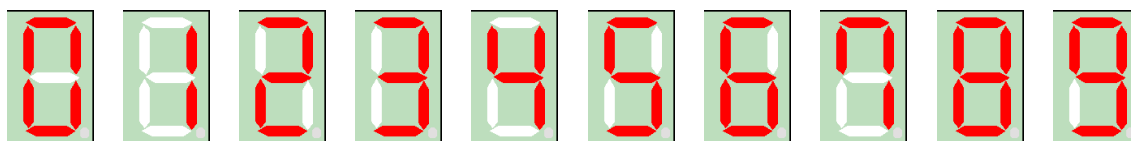
.....

Exercice 6 : Les diodes de la calculette

http://ecoles.ac-rouen.fr/circ_dieppe_ouest/outils/math/defi_math.htm

Le problème qui suit demande de l'organisation.

Sur ta calculatrice, chaque chiffre est formé de 7 diodes (une diode est une toute petite lampe) qui peuvent s'allumer de la façon suivante :



Ainsi pour afficher le « 0 », 6 diodes s'allument sur les 7

pour afficher le « 1 », seulement 2 diodes s'allument.

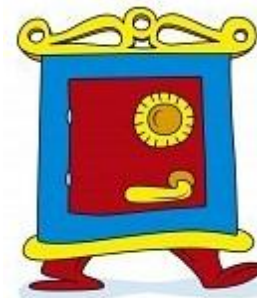
Trouve combien de diodes se seront allumées pour afficher les trente et un premiers nombres (de 0 à 30) les uns après les autres.

Exercice 7 : la combinaison mystérieuse

http://ecoles.ac-rouen.fr/circ_dieppe_ouest/outils/math/defi_math.htm d'après *Le nouveau Math élém (CM1-Belin)*

Pour trouver la combinaison du coffre fort,

Arsène Lupin déchiffre un message qu'il a trouvé sous la pendule de la cheminée.



Le nombre formé par les six chiffres est un nombre impair.

Le premier chiffre en partant de la gauche est un 4.

Le chiffre des unités, celui des centaines et celui des milliers sont les mêmes.

Le deuxième chiffre en partant de la gauche est le double du troisième.

La somme de tous les chiffres est 21.

Le chiffre des dizaines est 2.

Quelle est cette combinaison ?

Exercice 8 : les cubes de mon petit frère

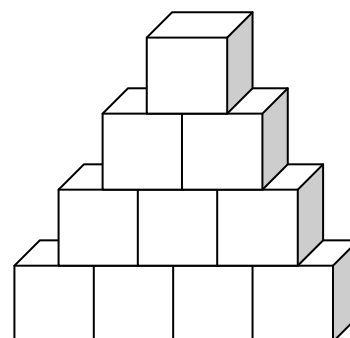
Mon petit frère aime jouer avec des cubes.

Il les empile l'un sur l'autre comme le montre le dessin :

Hier, il s'ennuyait et pour l'occuper, je lui ai dit :

« J'ai 108 cubes, et je veux les empiler comme toi.

Dis-moi combien de cubes je dois mettre sur la ligne du bas pour utiliser le plus possible de cubes. »



Aidez-le à trouver la réponse.

Exercice 9 : L'itinéraire du tram



Voici l'itinéraire d'une ligne de tram :

Arrêt A	Temps de trajet	Arrêt B	Temps de trajet	Arrêt C	Temps de trajet	Arrêt D
9h00		9h16	8 min			
9h40						10h11

Complétez les horaires

et écrivez le temps de trajet du tram pour aller de A à B et de C à D.

Exercice 10 : Les marguerites

http://ecoles.ac-rouen.fr/circ_dieppe_ouest/outils/maths/defi_math.htm

Sur une planète où poussent des fleurs immenses, un amoureux en cueille une, avec une corolle à 259 839 pétales !

Il commence à l'effeuiller et dit :

« *Je t'aime* », en enlevant le premier pétale

« *Un peu* », en enlevant le second

« *Beaucoup* », en enlevant le troisième

« *Passionnément* », en enlevant le quatrième

« *A la folie* », en enlevant le cinquième

« *Pas du tout* », en enlevant le sixième.

Puis, il recommence « *Je t'aime* »... etc.



Que va-t-il dire en effeuillant le dernier pétale ?

Rallye mathématique des écoles de Côte d'Or 2012

Problèmes de l'étape 3

CE2 : exercices 1 à 6

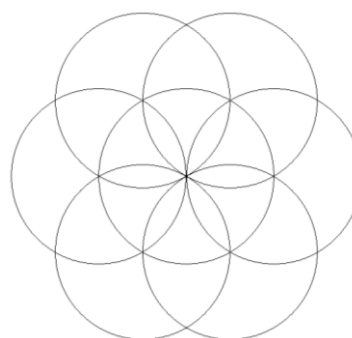
CM1 : exercices 3 à 8

CM2 : exercices 5 à 10

Exercice n° 1 : Le minimum de couleurs

Combien de cercles y a-t-il dans cette figure ?

Quel est le nombre minimum de couleurs nécessaires au coloriage de la figure si l'on veut que deux régions voisines ne soient jamais de la même couleur ? (deux régions qui n'ont qu'un seul point commun ne sont pas considérées comme voisines)



Exercice n° 2 : des suites de nombres

Les nombres donnés ici font partie d'une suite de nombres suivant une règle simple.

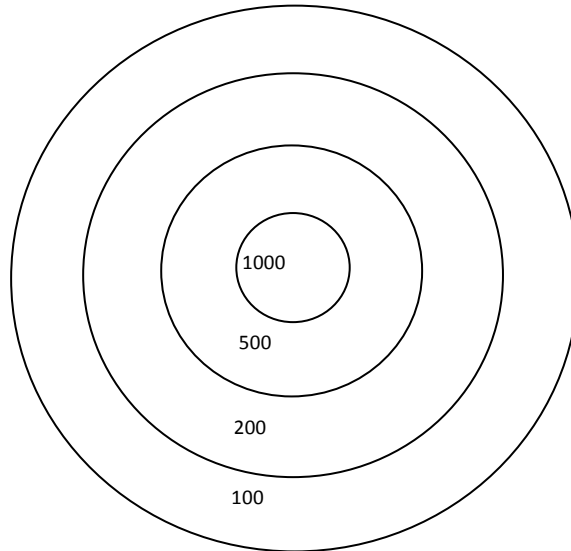
Compléter chacune de ces suites en écrivant les nombres manquants.

1 ^{ère} suite :	2 ^{ème} suite :
_ ; _ ; 7 ; 10 ; 13 ; 16 ; _ ; _.	_ ; _ ; 11 ; 15 ; 19 ; 23 ; _ ; _.

3 ^{ème} suite :	4 ^{ème} suite :
_ ; _ ; 5 ; 8 ; 12 ; 17 ; 23 ; 30 ; _ ; _.	_ ; _ ; 9 ; 27 ; 81 ; 243 ; _ ; _.

Exercice n° 3 : En plein dans le mille !

Pierre joue aux fléchettes. Il en a 10. Voici la cible :



Attention ! S'il tire à côté de la cible, il perd 150 points.

Il fait un total de 2300 points.

Sachant qu'il sort 2 fois de la cible, et qu'il n'atteint qu'une seule fois le centre de la cible, combien de fléchettes peut utiliser Pierre pour faire 2300 points ?

Exercice n° 4 : Les camions

http://ecoles.ac-rouen.fr/circ_dieppe_ouest/outils/math/defi_math.htm

Calculo invente un problème qu'il pose à Géomette.

« Toutes mes voitures ont 4 roues et tous mes camions ont 6 roues.

J'ai compté les roues de mes camions et de mes voitures.

Il y a 64 roues et j'ai 14 véhicules.

Trouve combien j'ai de voitures et combien j'ai de camions. ~



Résous le problème posé par Calculo.

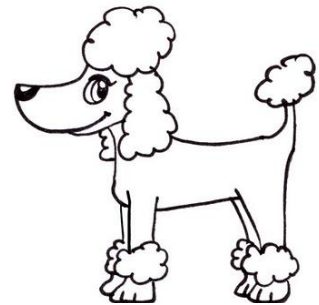
Exercice n° 5 : Les chiens de Monsieur Hugo

Monsieur Hugo élève des chiens.

Il en a 11, dont 7 sont des caniches et 8 sont jeunes.

Combien de jeunes caniches a-t-il ?

Trouve toutes les solutions possibles.



Exercice n° 6 : Les pièces de monnaie

Benoit a quatre pièces dans son porte monnaie :

une de 20 centimes,

une de 10 centimes,

une de 5 centimes

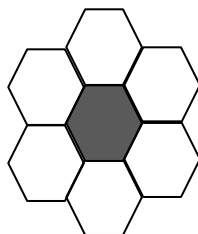
et une de 1 centime.



Quelles sommes peut-il payer exactement avec une, deux, trois ou quatre de ces pièces ?

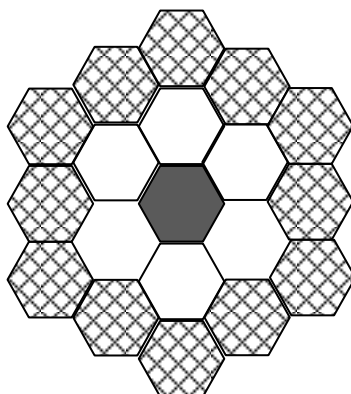
Exercice n° 7 : L'hôtel d'Hexa l'abeille

Hexa l'abeille possède un petit hôtel dont les chambres ont la forme d'un hexagone. L'hôtel a cette forme et a donc 7 chambres.



Mais, son hôtel devenant trop petit, elle l'agrandit en construisant autour des nouvelles chambres.

Voici son nouvel hôtel.



Son hôtel est très connu et, bientôt, il est encore trop petit !

Elle décide de l'agrandir encore en construisant autour des nouvelles chambres de la même façon que précédemment.

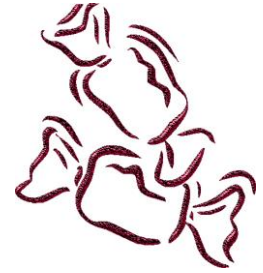
Et il est encore trop petit !

Elle recommence encore une fois de la même façon.

Combien de chambres aura-t-elle finalement ?

Exercice n° 8 : Les bonbons

Siméon, l'aîné des enfants de la famille Poisson, reçoit un paquet de bonbons à partager entre tous les enfants de la famille. Il prépare 4 tas pour ses frères et sœurs Denis, Claire, Lucie et Mathieu. Il reste alors 2 bonbons qu'il pense offrir à ses parents.



Mais au moment de donner leur part aux plus jeunes, il s'aperçoit qu'il n'a pas prévu de tas pour lui ! Il rassemble tous les bonbons et recommence le partage, cette fois en 5 parties. Il reste alors 1 seul bonbon. Lorsqu'il reçoit sa part, Denis, le benjamin de la famille, compte, avec ses doigts, le nombre de ses bonbons.

Les doigts d'une main ne suffisent pas, mais avec les deux mains, il a pu compter ses bonbons.

Combien y avait-il de bonbons dans le sachet ?

Exercice n° 9 : Qui s'y frotte s'y pique

Marion dispose de trois cartes : le six de pique, le six de cœur et le six de carreau. Elle les range dans l'ordre qu'elle veut (il existe six façons différentes de les ranger), puis organise une « course » :

- Le 6 de cœur est échangé avec la carte qui est derrière lui (s'il est déjà dernier on ne change rien) ;
- Le 6 de pique est échangé avec la carte qui est devant lui (s'il est déjà premier, on ne change rien) ;
- Le 6 de carreau est échangé avec la carte qui est devant lui (s'il est déjà premier, on ne change rien).

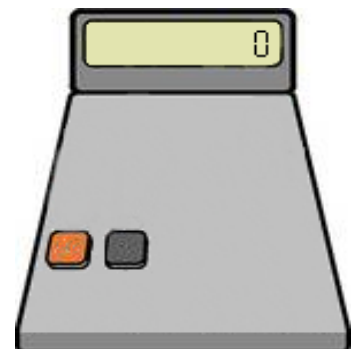
Qui des trois cartes arrivera en premier ?
Est-ce toujours le cas ?

Exercice n° 10 : Drôle de calculatrice

La calculatrice de Gilliane est très spéciale !
Il n'y a que les deux touches (+1) et ($\times 2$),
ainsi qu'un écran d'affichage !
Heureusement, lorsqu'on lui indique une opération,
elle fait le calcul juste !
Pour l'instant, la calculatrice affiche 0.

Gilliane souhaite faire afficher 2012.

Quelle succession d'opérations doit-elle demander à sa drôle
utilisant le moins de fois possible les deux touches de la calculatrice ?



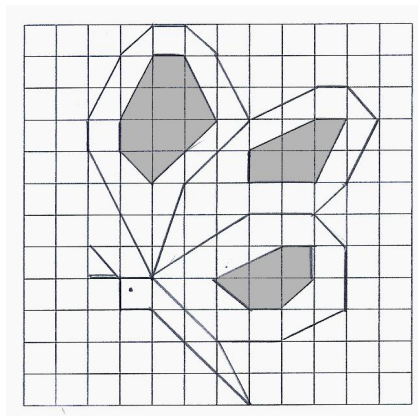
Réponses de l'étape 1 :

Exercice 1 : Le nombre cherché est 12.

Exercice 2 : Sur la figure, on peut voir 18 rectangles.

Exercice 3 : Il y a 27 drapeaux possibles.

Exercice 4 :



Exercice 5 : Camille arrive en dernier à 16 h 05 min.

Exercice 6 : Le plus petit nombre du carré de Claude est 54.

Exercice 7 : Il y a 3 solutions :

- 8 repas à 9 € et 2 repas à 12 € ;
- 4 repas à 9 € et 5 repas à 12 € ;
- 0 repas à 9 € et 8 repas à 12 €.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
K	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
L	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
M	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
N	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
O	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
P	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
Q	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
R	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
S	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
T	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Exercice 8 : Sur chaque dé il faut placer 0 ; 1 ; 2. Les chiffres 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 sont à partager entre les deux dés (le 6 et le 9 sont représentés par le même graphisme).

Exercice 9 : Le 29 février 2 016 sera un lundi.

Exercice 10 : Nous avons trouvé 12 solutions sans zéro inutile :

23 + 7 = 30 et 34 + 6 = 40	26 + 4 = 30 et 37 + 3 = 40	304 + 3 = 307 et 2 + 4 = 6
23 + 7 = 30 et 36 + 4 = 40	26 + 4 = 30 et 33 + 7 = 40	303 + 4 = 307 et 2 + 4 = 6
27 + 3 = 30 et 34 + 6 = 40	24 + 6 = 30 et 33 + 7 = 40	302 + 4 = 306 et 4 + 3 = 7
27 + 3 = 30 et 36 + 4 = 40	24 + 6 = 30 et 37 + 3 = 40	304 + 2 = 306 et 4 + 3 = 7

Et 24 solutions avec un ou des zéros en début de l'écriture de certains nombres :

32 + 4 = 36 et 03 + 4 = 07	32 + 04 = 36 et 3 + 4 = 07	30 + 43 = 73 et 4 + 2 = 06
32 + 4 = 36 et 03 + 04 = 7	32 + 04 = 36 et 03 + 4 = 7	30 + 43 = 73 et 04 + 2 = 6
32 + 4 = 36 et 3 + 04 = 07	32 + 04 = 36 et 3 + 04 = 7	30 + 43 = 73 et 4 + 02 = 6
34 + 2 = 36 et 03 + 4 = 07	34 + 02 = 36 et 3 + 4 = 07	34 + 3 = 37 et 02 + 04 = 6
34 + 2 = 36 et 03 + 04 = 7	34 + 02 = 36 et 03 + 4 = 7	34 + 3 = 37 et 2 + 04 = 06
34 + 2 = 36 et 3 + 04 = 07	34 + 02 = 36 et 3 + 04 = 7	34 + 3 = 37 et 02 + 4 = 06
20 + 43 = 63 et 4 + 3 = 07	40 + 33 = 73 et 4 + 2 = 06	
20 + 43 = 63 et 04 + 3 = 7	40 + 33 = 73 et 04 + 2 = 6	
20 + 43 = 63 et 4 + 03 = 7	40 + 33 = 73 et 4 + 02 = 6	

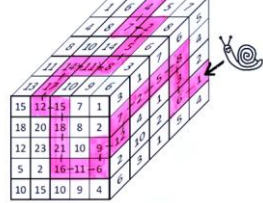
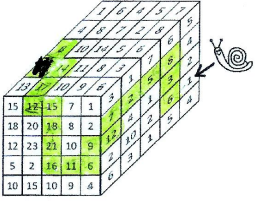
Rallye mathématique des écoles de Côte d'Or 2012

Réponses de l'étape 2 :

Exercice 1 :

D	U	E	X
E	X	U	D
U	D	X	E
X	E	D	U

Exercice 2 :

Nestor passe successivement sur les cases 1 ; 6 ; 3 ; 8 ; 5 ; 2 ; 7 ; 12 ; 9 ; 6 ; 11 ; 16 ; 21 ; 18 ; 15 ; 12 ; 17 ; 14 ; 11 ; 8 ; 5 ; 2 ; 7 ; 4 et sortie !	
Nestor a encore deux autres sorties possibles sur la face supérieure : 1 ; 6 ; 3 ; 8 ; 5 ; 2 ; 7 ; 12 ; 9 ; 6 ; 11 ; 16 ; 21 ; 18 ; 15 ; 12 ; 17 ; 14 ; 11 et sortie !	
ou encore : 1 ; 6 ; 3 ; 8 ; 5 ; 2 ; 7 ; 12 ; 9 ; 6 ; 11 ; 16 ; 21 ; 18 ; 15 ; 12 ; 17 ; 14 ; 11 ; 8 et sortie !	

Exercice 3 : L'autocollant recouvre une surface de 28 carreaux.

Exercice 4 :

Pour traverser le pont, les explorateurs ont 6 solutions :

- 1) P + E + 1 sac et V + A + 2 sacs
- 2) E + P et V + A + 3 sacs
- 3) E + V + 1 sac et P + A + 2 sacs
- 4) E + V et P + A + 3 sacs
- 5) P + V + 1 sac et E + A + 2 sacs
- 6) P + V + 2 sacs et E + A + 1 sac

Exercice 5 : En grisant une seule zone : le n°18, on obtient une figure ayant un axe de symétrie « horizontal »

Exercice 6 : 231 diodes s'allumeront pour afficher les nombres de 0 à 30.

Exercice 7 : La combinaison mystérieuse est 4 6 3 3 2 3.

Exercice 8 : Il doit mettre 14 cubes sur la ligne du bas.

Exercice 9 :

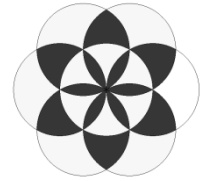
Arrêt A	Temps de trajet	Arrêt B	Temps de trajet	Arrêt C	Temps de trajet	Arrêt D
9h00	16 min	9h16	8 min	9h24	7 min	9h31
9h40		9h56		10h04		10h11

Exercice 10 : En effeuillant le dernier des 259 839 pétales, il dira « beaucoup ».

Réponses de l'étape 3 :

Exercice 1 :

Il y a 7 cercles dans la figure et il faut un minimum de 2 couleurs pour le coloriage de cette figure si l'on veut que deux régions voisines ne soient jamais de la même couleur.



Exercice 2 :

Les suites complétées sont :

- 1^{ère} suite : 1 ; 4 ; 7 ; 10 ; 13 ; 16 ; 19 ; 22
- 2^{ème} suite : 3 ; 7 ; 11 ; 15 ; 19 ; 23 ; 27 ; 31
- 3^{ème} suite : 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 12 ; 17 ; 23 ; 30 ; 38 ; 47
- 4^{ème} suite : 1 ; 3 ; 9 ; 27 ; 81 ; 243 ; 729 ; 2187

Exercice 3 :

Il y a cinq solutions :

- Solution 1 (7 flèches) : 1 dans le centre, 2 à l'extérieur, 3 dans la zone « 500 » et 1 dans la zone « 100 ».
- Solution 2 (8 flèches) : 1 dans le centre, 2 à l'extérieur, 2 dans la zone « 500 » et 3 dans la zone « 200 ».
- Solution 3 (9 flèches) : 1 dans le centre, 2 à l'extérieur, 2 dans la zone « 500 », 2 dans la zone « 200 » et 2 dans la zone « 100 »
- Solution 4 (10 flèches) : 1 dans le centre, 2 à l'extérieur, 2 dans la zone « 500 », 1 dans la zone « 200 » et 4 dans la zone « 100 »
- Solution 5 (10 flèches) : 1 dans le centre, 2 à l'extérieur, 1 dans la zone « 500 », 5 dans la zone « 200 » et 1 dans la zone « 100 »

Exercice 4 : Il y a 10 voitures et 4 camions.

Exercice 5 :

Il y a quatre solutions possibles :

- 4 jeunes caniches et 3 vieux caniches
- 5 jeunes caniches et 2 vieux caniches
- 6 jeunes caniches et 1 vieux caniche
- 7 jeunes caniches et 0 vieux caniche

Exercice 6 :

On peut payer : 1 c, 5 c, 6 c, 10 c, 11 c, 15 c, 16 c, 20 c, 21 c, 25 c, 26 c, 30 c, 31 c, 35 c, 36 c.

Exercice 7 :

Hexa l'abeille aura finalement 61 chambres dans son hôtel.



Exercice 8 :

Au départ, il y avait 46 bonbons dans le sachet (et Denis Poisson a 9 bonbons dans sa main).

Exercice 9 : Le 6 de carreau arrive en première position dans 5 cas sur 6 et le 6 de pique arrive en première position dans 1 cas sur 6.

Exercice 10 : Sur la calculatrice, Gilliane fera 18 opérations, elle tapera successivement :

(+1) (+1) (+1) (×2) (+1) (×2) (+1) (×2) (+1) (×2) (×2) (+1) (×2) (+1) (×2) (+1) (×2) (×2)
ou
(+1) (×2) (+1) (×2) (+1) (×2) (+1) (×2) (+1) (×2) (×2) (+1) (×2) (+1) (×2) (+1) (×2) (×2)

Exercice 1 – étape 1 (CE2)

Retour à la case départ

Réponse :

Le nombre que l'on peut mettre dans la case coloriée est 12.

Justification :

$12 \times 3 = 36$; $36 - 16 = 20$; $20 + 4 = 24$; $24 \div 2 = 12$.

(à ce niveau, il n'y a que des opérations « de base » à faire)

Pour aller plus loin (méthode à utiliser à partir de la classe de 4^{ème}) :

On pose : « soit x le nombre placé dans la case départ »

La mise en équation donne $\frac{3x-16+4}{2} = x$, que l'on résout pour obtenir une solution unique $x = 12$.

Signalons que la présence de l'écriture fractionnaire pose quelques difficultés aux élèves de collège.

Analyse :

A la correction des copies, au vu des traces écrites qui nous ont été transmises, les élèves ont procédé essentiellement par essais successifs pour trouver la solution.

On a rencontré :

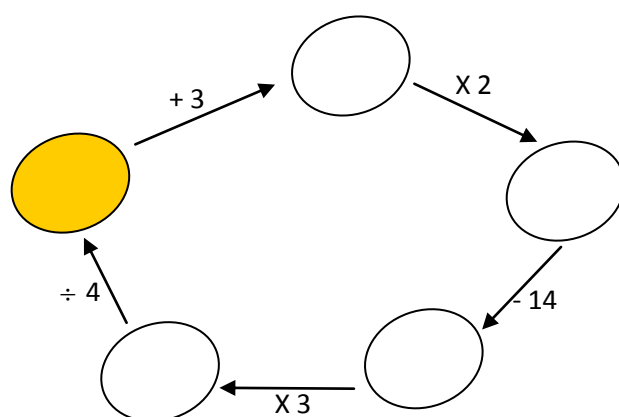
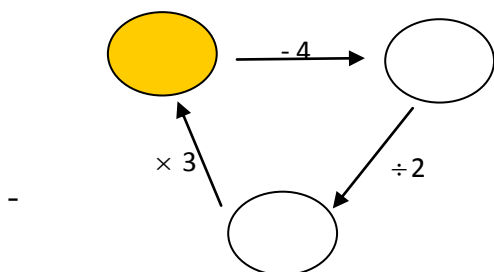
- des essais systématiques (ou balayages), croissants ou décroissants, d'unités en unités (comme par exemple 8, 9, 10 puis 12 ; ou bien 14, 13, 12)
- des essais désordonnés, comme 15, 9, 6, 5 puis 12.
- une seule classe a procédé par essais successifs en commençant par de petits nombres (3, 4, 5, ...), sans aboutir au résultat (manque de temps ou de persévérance ?)
- une classe n'a pas réussi à comprendre la consigne en autonomie et les élèves n'ont pas cherché à résoudre cet exercice.

Autres activités possibles :

On peut proposer le même type d'exercice en modifiant :

- Le nombre d'opérations
- Le type d'opérations
- La taille des nombres

Exemples :



Exercice 2 – étape 1 (CE2)

Les rectangles

Réponse :

Sur la figure, on peut voir 18 rectangles.

Nota Bene : un carré est à compter parmi les rectangles car les carrés sont des rectangles particuliers.

Justification :

- Il y a 6 rectangles d'une seule case, 7 rectangles de deux cases (4 « horizontaux » et 3 « verticaux »), 2 rectangles de trois cases, 2 rectangles de quatre cases, 1 rectangle de six cases. $6 + 7 + 2 + 2 + 1 = 18$.
- Recherche systématique en nommant les sommets et en associant un premier sommet avec tous ceux qui peuvent donner un rectangle ; puis on recommence jusqu'à épuisement.

Pour aller plus loin (niveau lycée) :

Pour former un rectangle, il faut choisir 2 segments « verticaux » parmi les 4 de la figure et 2 segments « horizontaux » parmi les 3 de la figure.

« 2 parmi 4 » s'écrit mathématiquement $\binom{4}{2}$, écrit autrefois C_4^2 (notation que les moins de 20 ans ne peuvent pas connaître). C_n^p étaient les « combinaisons de p éléments pris parmi n ». On calcule avec

la formule : $\binom{n}{p} = C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$.

Ici, cela donne $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{(2 \times 1) \times (2 \times 1)} = 3 \times 2 = 6$.

$\binom{3}{2} = \frac{3!}{2!1!} = \frac{3 \times 2 \times 1}{(2 \times 1) \times (1)} = \frac{3 \times 2}{2} = 3$.

Pour chacun des 6 choix pour les côtés « verticaux », il y a 3 choix pour les côtés « horizontaux », soit $6 \times 3 = 18$ rectangles possibles.

Autres activités possibles :

On peut proposer le même type d'exercice en modifiant :

Le nombre de rectangles (voir figure 1)

La forme de la figure (triangles -voir figure 2-, ...)

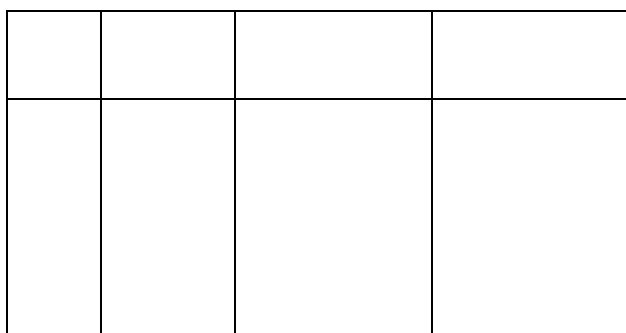


Figure 1 (30 rectangles tracés)

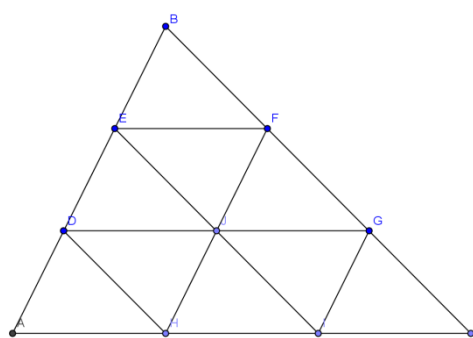


Figure 2 (13 triangles tracés)

Remarque : ce type d'exercice permet de développer un savoir-faire (savoir extraire une sous-figure d'une plus grande figure), compétence utile pour raisonner et pour reconnaître des figures-clés qui permettront d'appliquer des théorèmes vus ultérieurement au collège.

Exercice 3 – étape 1 (CE2)

Les drapeaux

Réponse :

Il y a 27 drapeaux possibles.

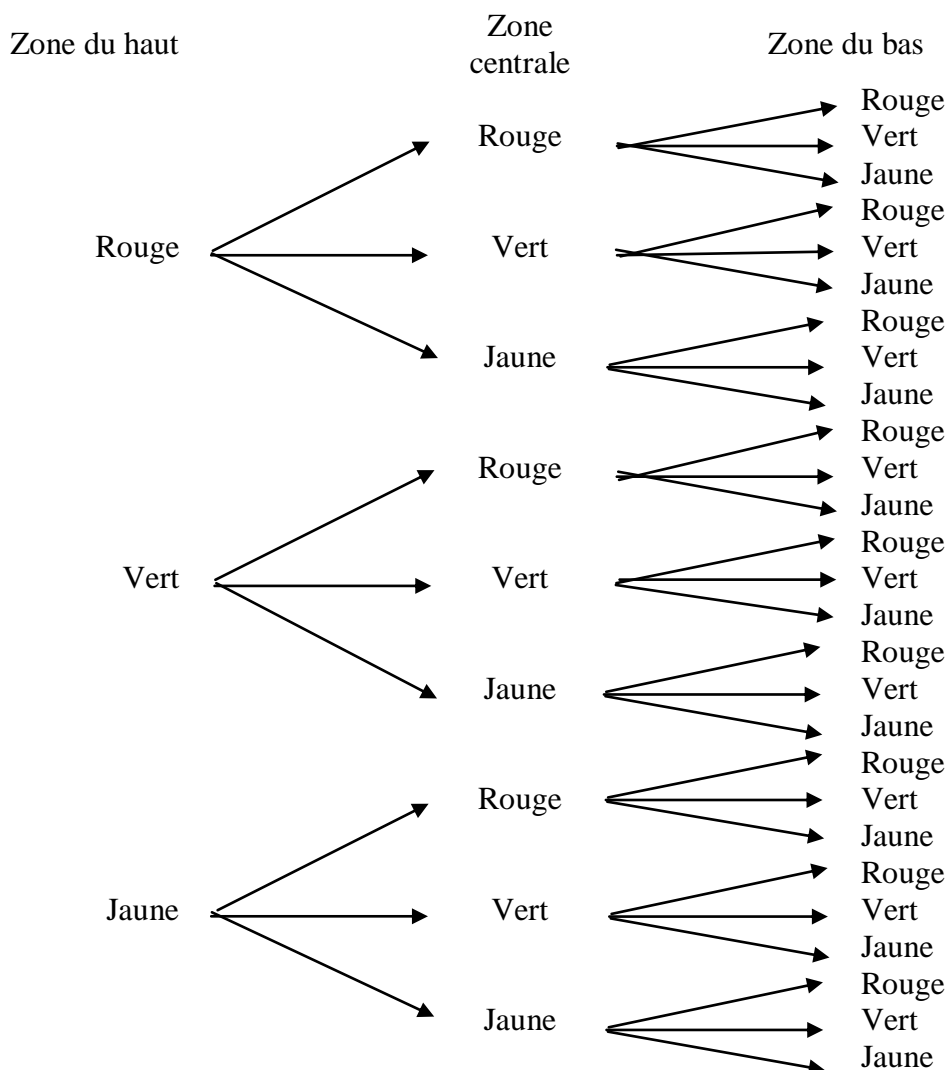
Justification :

Pour colorier la zone du haut, celle qui est attachée au fil, il y a 3 choix possibles Rouge (R), Vert (V), Jaune (J).

Pour chacun de ces 3 choix, il y a 3 choix possibles pour la zone centrale. Cela fait déjà 3×3 soient 9 drapeaux bicolores.

Pour chacun de ces 9 cas, il y a 3 choix possibles pour la couleur de la zone du bas, pointe du drapeau.

Ce qui fait $3 \times 3 \times 3 = 27$ drapeaux possibles.



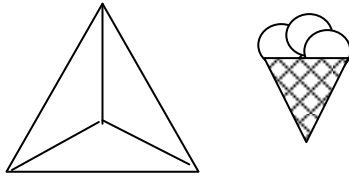
Pour aller plus loin :

Arrangements avec répétition de 3 couleurs prises parmi 3. On nomme ces arrangements avec répétition, des p-listes de p éléments pris parmi n. Il y en a n^p . Dans notre cas, $3^3 = 27$.

Autres activités possibles :

On peut proposer le même type d'exercice en modifiant :

- Glaces à 3 parfums ou triangle avec zones non ordonnées :



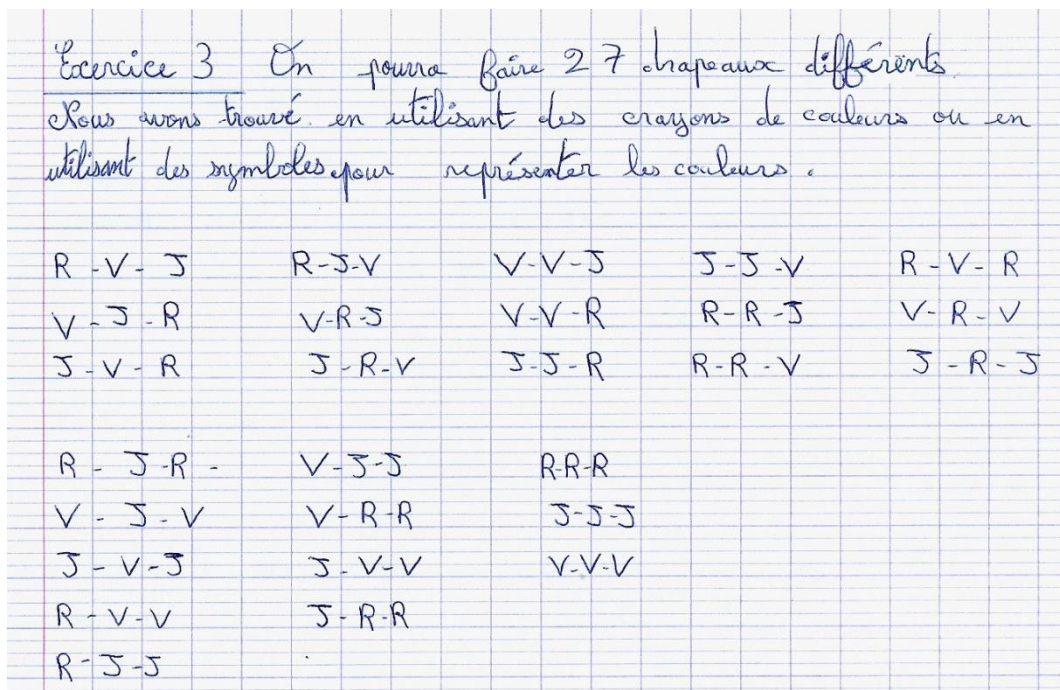
- Le nombre de couleurs : proposer 4 couleurs
- Autoriser la répétition des couleurs ou non
- Le nombre de zones à colorier

Nota Bene : les arbres permettent le dénombrement quand l'ordre des tirages est important mais pas dans les autres cas (glaces à 3 parfums où les zones ne sont pas ordonnées)

Compléments mathématiques théoriques à propos du dénombrement :

Si on appelle p le nombre de zones à colorier, si n est le nombre de couleurs mises à notre disposition :

	Zones ordonnées (drapeaux)	Zones non ordonnées (glaces)
Répétition de couleurs autorisée (deux ou plusieurs zones peuvent être de la même couleur)	Le nombre de drapeaux est le nombre de p-listes de p éléments pris parmi n , il y en a : n^p	Le nombre de glaces est le nombre de p-uplets de p éléments pris parmi n , il y en a : $\binom{n+p-1}{p}$
Sans répétition de couleurs (les couleurs des zones sont toutes différentes)	Le nombre de drapeaux est le nombre d'arrangements de p éléments pris parmi n , il y en a : A_n^p	Le nombre de glaces est le nombre de combinaisons sans répétition de p éléments pris parmi n , il y en a : $\binom{n}{p}$



Exercice 4 – étape 1 (CE2-CM1-CM2)

Les glaces déformantes

Un personnage traverse la galerie des glaces déformantes, mais la lumière est mauvaise. A l'aide des différents morceaux de son reflet, reconstituez le personnage sur la glace non déformée.

Une zone non couverte par les zones en hauteur.

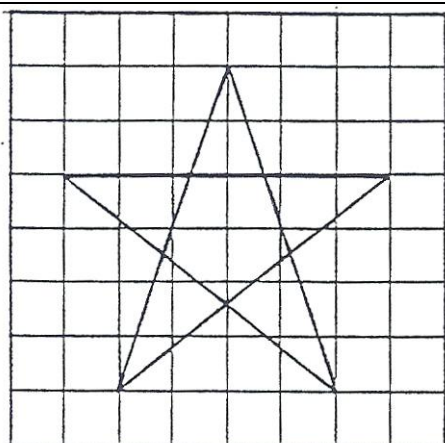
Bandes qui sont adjacentes sur la figure finale, pas de chevauchement.

Autres activités possibles :

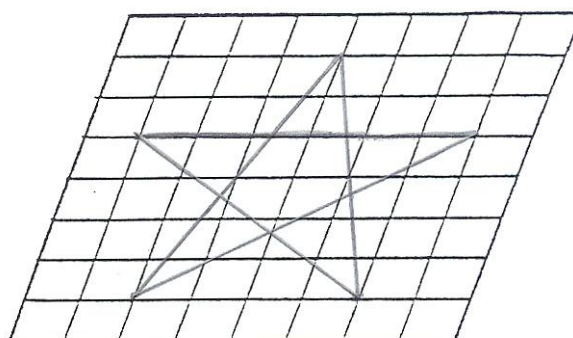
On peut proposer aux élèves un travail plus simple en donnant une image sur un quadrillage à mailles carrées et en proposant de reproduire le dessin sur des quadrillages à mailles déformées. On pourra, dans ce sens, consulter et utiliser avec profit les fiches publiées par l'APMEP dans le fichier « Jeux école 1 »

Faire attention : les lignes du dessin original doivent suivre des lignes du quadrillage, sinon, certaines déformations entraîneraient des difficultés à réaliser des diagonales, notamment avec des maillages courbes.

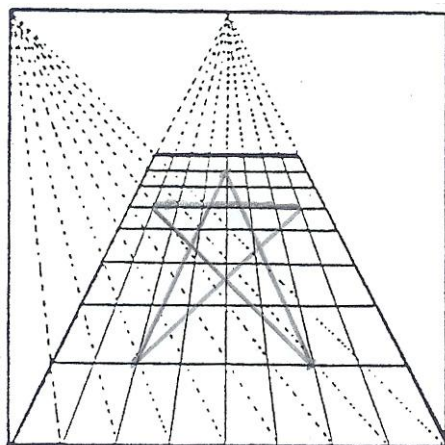
Exemples de quadrillages utilisant des perspectives (cavalière ou linéaire) ou un maillage courbe, avec le dessin d'une étoile à 5 branches à représenter dans les différents quadrillages.



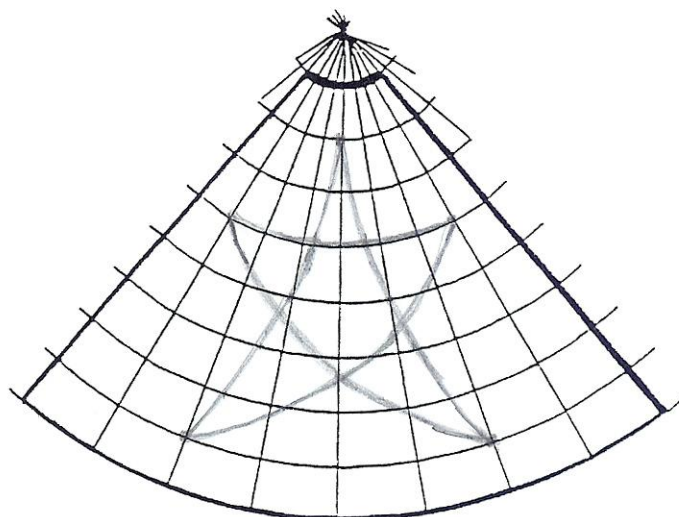
Quadrillage au départ



Perspective cavalière (qui pourrait être le dessus d'un cube représenté en perspective cavalière)



Perspective linéaire (le point de fuite principal est indiqué et un point de distance est construit)



Maillage courbe

Exercice 5 – étape 1 (CE2-CM1-CM2)

Au terrain de foot

Réponse :

Camille arrive en dernier à 16 h 05.

Justification :

Anatole arrive à 15 h 57 min.

Barnabé : 15 h 57 + 06 min = 16 h 03 min.

$$\begin{array}{r} 15 \text{ h } 57 \text{ min} \\ + \quad \quad \quad 06 \text{ min} \\ \hline 16 \text{ h } 03 \text{ min} \\ = 16 \text{ h } 03 \text{ min} \end{array}$$

David : 16 h 03 min – 09 min = 15 h 54 min.

$$\begin{array}{r} 16 \text{ h } 03 \text{ min} \\ - \quad \quad \quad 09 \text{ min} \\ \hline 15 \text{ h } 54 \text{ min} \end{array}$$

Camille : 15 h 54 min + 11 min = 16 h 05 min.

$$\begin{array}{r} 15 \text{ h } 54 \text{ min} \\ + \quad \quad \quad 11 \text{ min} \\ \hline 16 \text{ h } 05 \text{ min} \\ = 16 \text{ h } 05 \text{ min} \end{array}$$

David arrive à 15h54 ; Anatole arrive à 15h57 ; Barnabé arrive à 16h03 ; Camille arrive à 16h05.
Donc Camille arrive en dernier à 16h05.

Autres activités possibles :

Proposer un énoncé sur des durées avec jours/heures/minutes ou années/mois/jours

Proposer un énoncé avec d'autres grandeurs mesurables (pieds/pouces, ...)

Exercice 6 – étape 1 (CE2-CM1-CM2)

Le carré de nombres

Réponse :

Le plus petit nombre du carré de Claude est 54. Il est situé dans la case colonne D et ligne P :
 $54+55+56+64+65+66+74+75+76=585$.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
K	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
L	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
M	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
N	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
O	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
P	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
Q	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
R	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
S	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
T	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Justifications :

- **Recherches systématiques**

- Le plus petit nombre est situé sur les lignes K à R et dans les colonnes A à H : s'il était dans les colonnes I ou J ou dans les lignes S ou T, le carré formé ne s'inscrirait plus dans la grille.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
K	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
L	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
M	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
N	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
O	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
P	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
Q	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
R	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
S	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
T	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- Pour un total de 297, le plus petit nombre du carré donné en exemple est 22. Claude a un total de 585. Comme 585 est supérieur à 297, alors le plus petit nombre du carré de Claude est supérieur à 22. Donc ce plus petit nombre cherché est sur les lignes M à R et sur les colonnes A à H.

- Si le plus petit nombre a pour chiffre des unités 1, alors la somme des nombres du carré se termine par 8. Or on cherche une somme dont le chiffre des unités est 5. Le plus petit nombre du tableau cherché n'est pas en colonne A.

- De même il n'est ni en colonne B (sinon la somme se terminerait par 7),
ni en colonne C (sinon la somme se terminerait par 6),
ni en colonne E (sinon la somme se terminerait par 4),
ni en colonne F (sinon la somme se terminerait par 3),
ni en colonne G (sinon la somme se terminerait par 2),
ni en colonne H (sinon la somme se terminerait par 1).

Donc le plus petit nombre du carré de Claude se trouve en colonne D, sur l'une des lignes de M à R.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
K										
L										
M		22	23	24	25	26	27	28		
N	31	32	33	34	35	36	37	38		
O	41	42	43	44	45	46	47	48		
P	51	52	53	54	55	56	57	58		
Q	61	62	63	64	65	66	67	68		
R	71	72	73	74	75	76	77	78		
S										
T										

- Il reste alors 6 essais à faire. En procédant par dichotomie (on essaie avec le plus petit nombre -ici 24-, on obtient une somme de 315, trop petite ; puis on essaie le plus grand des nombres à tester, -ici 74-, la somme serait 765, trop grande ; on choisit donc un nombre « au milieu » -ici entre 24 et 74-, soit, ici, 44 ou 54, et on obtient rapidement la solution cherchée (ici 54).

• **Modélisations algébriques :**

Deux modélisations possibles,

- en choisissant le plus petit nombre comme inconnue (appelée n),

ou,

- en choisissant le nombre du « milieu » comme inconnue (appelée N).

On obtient respectivement les deux équations suivantes à résoudre :

$$n+(n+1)+(n+2)+(n+10)+(n+11)+(n+12)+(n+20)+(n+21)+(n+22)=9n+99=585,$$

soit $n=54$.

ou

$$(N-11)+(N-10)+(N-9)+(N-1)+(N)+(N+1)+(N+9)+(N+10)+(N+11)=9N=585,$$

soit $N=65$ et $n=N-11=54$.

Exercice 6 Les 9 nombres du carré sont 54-55-56-64-65-66-74-75-76

Certains ont regardé le carré gris du départ (=297) et ont pensé que c'était presque le double donc que les nombres à trouver allaient aussi être près des doubles

D'autres ont fait une moyenne en divisant 585 par 9 et donc ont trouvé que les nombres allaient autour de 65.

Exercice 6

$$\begin{array}{r} 297 \quad | \quad 9 \\ \hline 33 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 585 \quad | \quad 9 \\ \hline \end{array}$$

Exercice n° 6 : Le carré caché

$$297 : 9 = 33$$

Voici une grille des nombres de 1 à 100.

La somme des neuf nombres placés dans le carré gris est 297.

Claude m'a écrit avoir trouvé un carré colorié en rose (9 cases aussi), dont la somme des nombres est 585.

$$585 : 9 =$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 6) \quad 54 + 55 + 56 = 165 \\ + 64 + 65 + 66 = 195 \\ + 74 + 75 + 76 = 225 \\ \hline 585 \end{array}$$

Nous avons calculé les unités si les unités étaient bonnes nous ~~avons~~ avons continué notre calcul.

Exercice 7 – étape 1 (CM1-CM2)

A la cafeteria

Réponses :

Il y a 3 solutions :

- 8 repas à 9 € et 2 repas à 12 € ;
- 4 repas à 9 € et 5 repas à 12 € ;
- 0 repas à 9 € et 8 repas à 12 €.

Justification :

- $8 \times 9 + 2 \times 12 = 96$
- $4 \times 9 + 5 \times 12 = 96$
- $0 \times 9 + 8 \times 12 = 96$

Pour aller plus loin (méthode à partir de la classe de 3^e) :

On pose : soit x le nombre de repas à 9 € et soit y le nombre de repas à 12 €. Ces deux nombres x et y étant des entiers naturels.

La mise en équation donne : $9x + 12y = 96$;

soit, en divisant les deux membres par 3 : $3x + 4y = 32$.

Cette équation équivaut à : $3x = 32 - 4y$ ou encore $3x = 4(8 - y)$ où x et y doivent être des nombres entiers naturels.

Le théorème de Gauss (en Terminale) permet de conclure : puisque 4 divise $3x$ et que 4 est premier avec 3, alors, 4 divise x .

Par ailleurs, comme x et y sont des entiers positifs ou nuls, $3x \leq 32$, soit $x \leq 10$.

x peut donc être égal à 0 ; 4 ; ou 8. y est alors égal, respectivement à 8 ; 5 ; ou 2.

Les couples solutions sont : (0 ; 8) ; (4 ; 5) ou (8 ; 2).

C'est-à-dire que la caissière peut avoir vendu :

- 0 repas à 9 € et 8 repas à 12 € ;
- 4 repas à 9 € et 5 repas à 12 € ;
- 8 repas à 9 € et 2 repas à 12 €.

Analyse :

- tâtonnements.

S'approcher de 96 avec que des 12 ou que des 9, mais sans avoir l'idée de remplacer un certain nombre de 9 par des 12 ou le contraire. Divers essais « au hasard ».

Dans un CM2 : $9 + 12 = 21$, puis, $96 : 21 = \dots$ autrement dit, les élèves ont essayé de chercher une solution comportant le même nombre de repas de chaque sorte

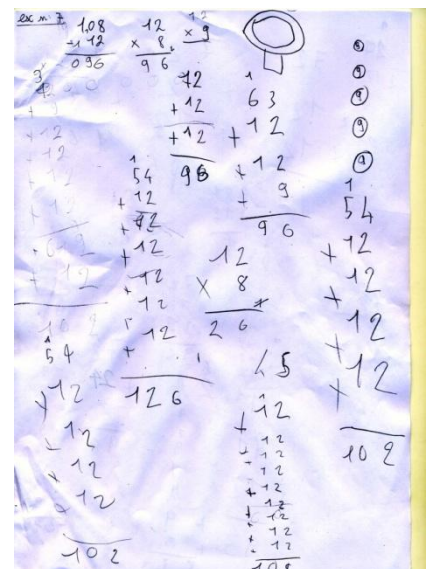
$96 : 21 = 4$
Il y a 5 repas de 12 € et 4 repas de 9 €.

96	21
-84	4
12	

Dans un CM1 : une seule solution trouvée : $12 \times 8 = 96$.

Il a 8 repas à douze euros et 0 à 9 €

$$96 \div 12 = 8 ;$$
$$12 \times 8 = 96$$



- **Tâtonnement par encadrement**

On s'approche de 96 avec $x = y$, puis on complète « comme on peut ».

- **Approche par des solutions expertes**

- 1) Dans un CM2 : table du 9 table du 12 puis recherche des sommes possibles à faire avec des résultats de l'une et des résultats de l'autre qui donnent comme résultat 96.

- 2) Dans un CM1: table du 12, d'où 8 repas à 12 € trouvés. Si on enlève 1 ou plusieurs fois 12, il reste : liste des restes. Ces divers restes sont divisés par 9 pour ne retenir que ceux qui sont divisibles par 9. Conclusion donnée juste.

A noter, que les élèves ont cherché la divisibilité par 9 sans voir que « enlever 3 repas à 12 obligeait à rajouter 4 repas à 9, alors qu'ils auraient peut-être vu ce genre d'échange avec des nombres plus simples comme 2 et 5 et se seraient évité toutes les divisions par 9.

A signaler que d'une manière générale, si les élèves se cantonnent à rechercher des solutions avec le même nombre de repas de chaque sorte, les essais n'aboutissent pas.

Autres activités possibles :

- Même type de problème (mais plus facile) en prenant des nombres premiers entre eux (repas à 2 € et à 5 € par exemple)
- Ajouter une contrainte : le nombre de repas servi (cela rend la solution unique).

Par exemple dire « Elle sait qu'elle n'a servi en tout que 9 repas » : elle a servi 4 repas à 9 € et 5 repas à 12 €. La recherche de cette unique solution est modifiée pour les élèves, car ils pensent assez facilement à décomposer ce nombre 9 (pour les 9 repas servis) en somme de deux nombres entiers.

Exercice 8 – étape 1 (CM1-CM2)

Le calendrier perpétuel

Réponse :

Sur chaque dé il faut placer 0 ; 1 ; 2. Les chiffres 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 sont à partager entre les deux dés (le 6 et le 9 sont représentés par le même graphisme).

Justification :

Sur chaque dé, on dispose de 6 faces disponibles pour y placer un chiffre.

Pour écrire le chiffre des dizaines, on utilise seulement 4 faces (avec 0 ; 1 ; 2 ; 3) ce qui permet de représenter tous les nombres depuis le 1^{er} jour du mois jusqu'au 31^{ème}.

Pour écrire les chiffres des unités, on peut penser avoir besoin de 10 faces.

Si on écrit le chiffre des unités sur le 2^{ème} cube, on n'aura pas assez de faces disponibles puisque ce 2^{ème} cube n'a que 6 faces.

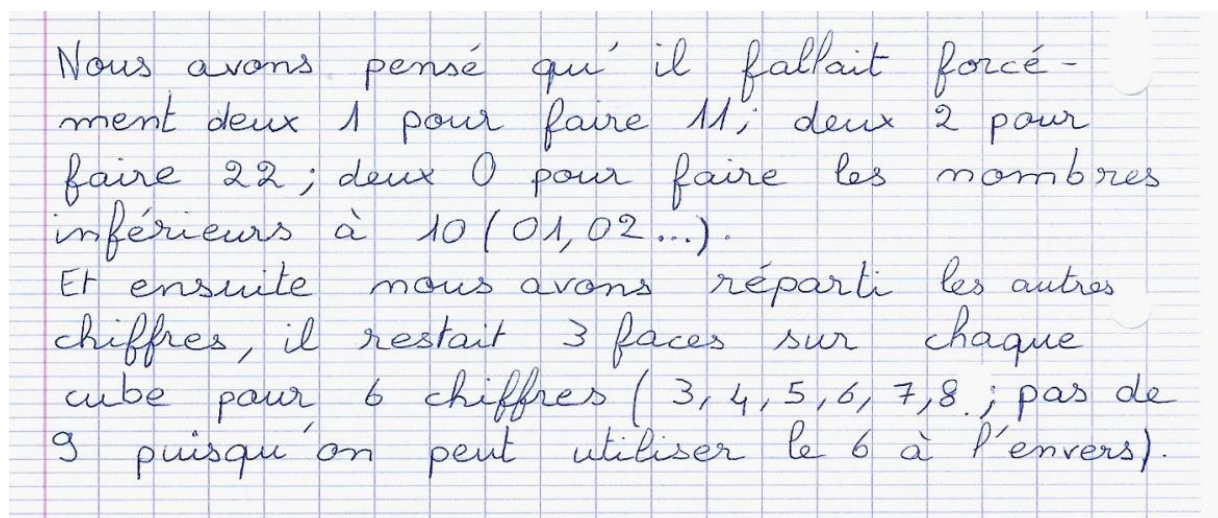
Il faut donc envisager d'écrire les chiffres des unités en utilisant les faces des deux cubes. Comment répartir alors les chiffres ?

- 1) On doit pouvoir écrire des nombres tels que 11 ou 22. On doit donc avoir le chiffre 1 ainsi que le chiffre 2 sur chacun des deux cubes.
- 2) On doit pouvoir écrire les dix premières dates du mois sur notre calendrier, sous la forme 01 ; 02 ; 03 ; 04 ; 05 ; 06 ; 07 ; 08 ; 09. Pour cela, on a besoin que le chiffre 0 soit sur chacun des cubes car il y a plus de six dates.

Pour l'instant, on a donc 0 ; 1 ; 2 sur chacun des deux cubes. Cela occupe six faces sur les douze disponibles. Il reste à placer 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9, soient sept chiffres. Or nous ne disposons plus que de six faces libres.

On remarque alors que 6 et 9 peuvent être représentés par un même graphisme : 6 et 9 se correspondent dans une symétrie centrale.

Il nous reste donc à placer les six chiffres 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 sur les six faces disponibles. On répartit ces chiffres indifféremment sur l'un ou l'autre des deux cubes.



Nous avons pensé qu'il fallait forcément deux 1 pour faire 11 ; deux 2 pour faire 22 ; deux 0 pour faire les nombres inférieurs à 10 (01, 02...).
Et ensuite nous avons réparti les autres chiffres, il restait 3 faces sur chaque cube pour 6 chiffres (3, 4, 5, 6, 7, 8 ; pas de 9 puisqu'on peut utiliser le 6 à l'envers).

Exercice 9 – étape 1 (CM2)

Le 29 février

Réponse

Le 29 février 2016 sera un lundi.

Justification :

Il s'écoulera $3 \times 365 + 1 \times 366 = 1\,461 = 208 \times 7 + 5$ jours,
soient 208 semaines et 5 jours.

Le 29 février 2016 sera donc un (mercredi + 5 jours) c'est-à-dire un lundi.

Autres activités possibles :

On peut toujours inventer des situations pour faire travailler les élèves sur le même type de problème, par exemple en faisant chercher le jour de la naissance d'une personne, le jour de l'an cette année (1^{er} janvier 2012) était un dimanche, quand cela se reproduira-t-il ? En quelle année le jour de l'an sera-t-il un lundi, un mardi, un mercredi, un jeudi, un vendredi, un samedi ?

Attention toutefois à bien considérer qu'il y a une année bissextile tous les 4 ans sauf les années se terminant par 00 et dont les deux premiers chiffres forment un nombre non divisible par 4. Ainsi, 2000 a été bissextile, mais 1700, 1800, 1900 ne l'ont pas été et 2100, 2200, 2300 ne le seront pas. 2400 sera bissextile.

Exercice 10 – étape 1 (CM2)

Quel désordre !

Réponse :

Nous avons trouvé 12 solutions sans zéro inutile :

$23 + 7 = 30$ et $34 + 6 = 40$	$26 + 4 = 30$ et $37 + 3 = 40$	$304 + 3 = 307$ et $2 + 4 = 6$
$23 + 7 = 30$ et $36 + 4 = 40$	$26 + 4 = 30$ et $33 + 7 = 40$	$303 + 4 = 307$ et $2 + 4 = 6$
$27 + 3 = 30$ et $34 + 6 = 40$	$24 + 6 = 30$ et $33 + 7 = 40$	$302 + 4 = 306$ et $4 + 3 = 7$
$27 + 3 = 30$ et $36 + 4 = 40$	$24 + 6 = 30$ et $37 + 3 = 40$	$304 + 2 = 306$ et $4 + 3 = 7$

Et 24 solutions avec un ou des zéros en début de l'écriture de certains nombres :

$32 + 4 = 36$ et $03 + 4 = 07$	$32 + 04 = 36$ et $3 + 4 = 07$	$30 + 43 = 73$ et $4 + 2 = 06$
$32 + 4 = 36$ et $03 + 04 = 7$	$32 + 04 = 36$ et $03 + 4 = 7$	$30 + 43 = 73$ et $04 + 2 = 6$
$32 + 4 = 36$ et $3 + 04 = 07$	$32 + 04 = 36$ et $3 + 04 = 7$	$30 + 43 = 73$ et $4 + 02 = 6$
$34 + 2 = 36$ et $03 + 4 = 07$	$34 + 02 = 36$ et $3 + 4 = 07$	$34 + 3 = 37$ et $02 + 04 = 6$
$34 + 2 = 36$ et $03 + 04 = 7$	$34 + 02 = 36$ et $03 + 4 = 7$	$34 + 3 = 37$ et $2 + 04 = 06$
$34 + 2 = 36$ et $3 + 04 = 07$	$34 + 02 = 36$ et $3 + 04 = 7$	$34 + 3 = 37$ et $02 + 4 = 06$
$20 + 43 = 63$ et $4 + 3 = 07$	$40 + 33 = 73$ et $4 + 2 = 06$	
$20 + 43 = 63$ et $04 + 3 = 7$	$40 + 33 = 73$ et $04 + 2 = 6$	
$20 + 43 = 63$ et $4 + 03 = 7$	$40 + 33 = 73$ et $4 + 02 = 6$	

Nota Bene : Bien utiliser tous les signes, c'est sous-entendu dans la phrase d'énoncé : « la fée a mélangé deux additions ».

Exercice 1 – étape 2 (CE2)

Sudoku

Réponse :

D	U	E	X
E	X	U	D
U	D	X	E
X	E	D	U

Analyse

Exercice classique utilisant le raisonnement logique et permettant de développer des qualités d'observation et d'organisation : savoir repérer les cases à compléter facilement en premier.

Autres activités possibles :

Il existe de nombreux exercices de sudoku ou de sudomaths, par exemple dans les brochures de l'APMEP (Jeux Ecole 1, ...).

Exercice 2 – étape 2 (CE2)

Pauvre Nestor

Réponse :

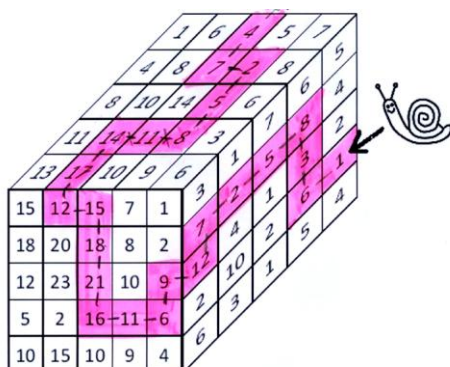
Nestor passe successivement sur les cases 1 ; 6 ; 3 ; 8 ; 5 ; 2 ; 7 ; 12 ; 9 ; 6 ; 11 ; 16 ; 21 ; 18 ; 15 ; 12 ; 17 ; 14 ; 11 ; 8 ; 5 ; 2 ; 7 ; 4 et sortie !

Nestor a encore deux autres sorties possibles sur la face supérieure : 1 ; 6 ; 3 ; 8 ; 5 ; 2 ; 7 ; 12 ; 9 ; 6 ; 11 ; 16 ; 21 ; 18 ; 15 ; 12 ; 17 ; 14 ; 11,

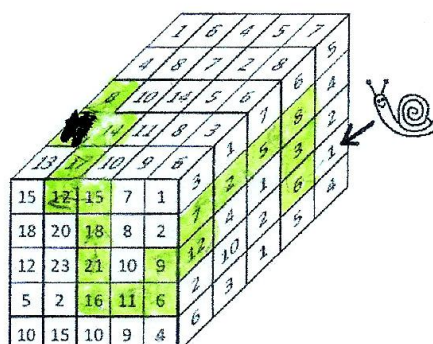
ou encore : 1 ; 6 ; 3 ; 8 ; 5 ; 2 ; 7 ; 12 ; 9 ; 6 ; 11 ; 16 ; 21 ; 18 ; 15 ; 12 ; 17 ; 14 ; 11 ; 8.

Justification :

Exercice de calcul mental (additions et soustractions).



On sort par la case marquée 4



On peut sortir par la case 8 ou par la case 11

Autres activités possibles :

Proposer un cheminement avec parfois un choix à faire qui conduit à des impasses.

Exercice 3 – étape 2 (CE2-CM1)

L'autocollant porte-bonheur

Réponse :

L'autocollant recouvre une surface de 28 carreaux

Justification :

Surface composée de 18 carreaux entiers et 20 demi-carreaux, soit $18 + \frac{20}{2} = 28$

Nota Bene : Exercice de travail sur la notion d'aire sans utiliser de formules de calculs d'aires.

Autres activités possibles :

- Changer d'unité d'aire.
- Faire inventer d'autres figures et comparer des aires ou des périmètres, toujours sans utiliser de formules.
- On peut aussi faire travailler la symétrie, notamment la conservation des mesures de longueurs ou d'aires

Exercice 4 – étape 2 (CE2-CM1)

Le pont suspendu

Réponse :

Pour traverser le pont, les explorateurs ont 6 solutions :

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 1) P + V + 1sac et E + A + 2 sacs | 4) E + V et P + A + 3sacs |
| 2) E + P et V + A + 3sacs | 5) P + E + 1sac et V + A + 2 sacs |
| 3) E + V + 1sac et P + A + 2sacs | 6) P + V + 2sacs et E + A + 1 sac |

Justification :

- Est-il possible de faire traverser les deux personnes les plus lourdes ensemble (Paul et Emile) : oui car $63+75=138$ et $138<150$. $150-138=12$, ils peuvent prendre, au besoin, 1 sac, c'est-à-dire 0 ou 1 sac.

Les deux plus légers (Victor et Alex) pèsent ensemble : $62+51=113$. $150-113=37$, ils peuvent si besoin, transporter les 3 sacs, c'est-à-dire 0 ; 1 ; 2 ou 3 sacs.

Nous avons ainsi, pour le moment, 2 solutions :

Solution 1 : P+E avec 1 sac puis V+A avec 2 sacs

Solution 2 : P+E sans sac puis V+A avec 3 sacs

- On remarque : Paul et Victor n'ont qu'un kilo d'écart (Paul pèse 63 kg et Victor pèse 62 kg). Dans les solutions précédentes, on va permuter Paul et Victor :

On obtient deux nouvelles solutions :

Solution 3 : V+E avec 1 sac ($62+75+10=147$; $147<150$), puis P+A avec 2 sacs ($63+51+2\times 10=134$; $134<150$)

Solution 4 : V+E sans sac ($62+75=137$; $137<150$), puis P+A avec 3 sacs ($63+51+3\times 10=144$; $144<150$)

- Emile a déjà traversé avec Paul ou avec Victor. On peut l'associer à Alex : $75+51=126$; $150-126=24$. On peut ajouter, si besoin, 2 sacs.

Les deux autres, Paul et Victor, pèsent ensemble : $63+62=125$; $150-125=25$. On peut ajouter, si besoin, 2 sacs . On obtient 2 solutions :

Solution 5 : E+A avec 2 sacs ($75+51+2\times 10=146$; $146<150$), puis P+V avec 1 sac ($63+62+10=135$; $135<150$)

Solution 6 : E+A avec 1 sac ($75+51+10=136$; $136<150$), puis P+V avec 2 sacs ($63+62+2\times 10=145$; $145<150$).

Arbre pouvant aider à trouver toutes les combinaisons permettant de sélectionner les cas possibles :

Le plus lourd	peut être associé à	Nombre de sacs	Masse totale 1	Deuxième couple	Masse totale 2	solution	
Emile	Paul	0	138	Victor ; Alex ; 3sacs	143	Oui	
		1	148	Victor ; Alex ; 2sacs	133	Oui	
		2	158			Non	
		3	168			Non	
		Victor	0	137	Paul ; Alex ; 3sacs	144	Oui
			1	147	Paul ; Alex ; 2sacs	134	Oui
	2		157			Non	
	3		167			Non	
	Alex		0	126	Paul ; Victor ; 3sacs	155	Non
			1	136	Paul ; Victor ; 2sacs	145	Oui
		2	146	Paul ; Victor ; 1sac	135	Oui	
		3	156			Non	

Productions d'élèves

$$\begin{array}{r} 51 + 63 + 30 = 144 \\ \text{A} \quad \text{P} \\ 75 + 62 = 137 \\ \text{E} \quad \text{V} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 51 + 75 + 20 = 146 \\ \text{A} \quad \text{E} \\ 63 + 62 + 10 = 135 \\ \text{P} \quad \text{V} \end{array}$$

~~$$\begin{array}{r} 51 + 75 + 20 = 146 \\ \text{A} \quad \text{E} \\ 63 + 62 + 10 = 135 \\ \text{P} \quad \text{V} \end{array}$$~~

$$\begin{array}{r} 51 + 75 + 10 = 136 \\ \text{A} \quad \text{E} \\ 62 + 63 + 20 = 145 \\ \text{V} \quad \text{P} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 + 63 + 10 = 148 \\ \text{E} \quad \text{P} \\ 51 + 62 + 20 = 133 \\ \text{A} \quad \text{V} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 62 + 51 + 30 = 143 \\ \text{V} \quad \text{A} \\ 75 + 63 + 0 = 138 \\ \text{E} \quad \text{P} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 51 + 63 + 20 = 134 \\ \text{A} \quad \text{P} \\ 75 + 62 + 10 = 147 \\ \text{E} \quad \text{V} \end{array}$$

Solution complète

6 solutions possibles
 alex + Paul + 2 sacs puis Emile + Victor + 1 sac
 alex + Paul + 3 sacs puis Emile + Victor
 alex + Emile + 2 sacs puis Paul + Victor + 1 sac
 Emile + Paul + 2 sacs puis Victor + Alex + 1 sac
 Victor + alex + 3 sacs puis Emile + Victor
 Alex + Emile + 1 sac puis Paul + Victor + 2 sacs

$$\begin{array}{r} 62 \quad 63 \\ + 51 + 75 \\ \hline 113 \quad 138 \\ + 10 \quad + 10 \\ \hline 123 \quad 148 \end{array}$$

= 1 solution
 Paul et Emile peut traverser avec 1 sac de 10 kg
 Victor et alex peut traverser ensemble avec 2 sac de 10 kg

Méthodologie correcte mais solution incomplète

$$\begin{array}{r} 51 \text{ Alex} \\ + 63 \text{ Paul} = 114 + 20 = 134 \\ \hline 114 \\ + 20 \\ \hline 134 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 62 \text{ Victor} \\ + 75 \text{ Emile} = 137 + 10 = 147 \\ \hline 137 \\ + 10 \\ \hline 147 \end{array}$$

Alex et Paul peut traverser avec 2 sac de 10 kg
 Victor et Emile peut traverser avec 1 sac de 10 kg
 = 1 solution

Chacune de ces douze solutions proposées ne fait traverser qu'une moitié du groupe. Ici, il aurait fallu poursuivre en associant ces douze voyages deux par deux pour former les six solutions au problème posé.

Il y a 12 solution

On peut faire :

- paul, victor + 1 sac
- paul, victor + 2 sac
- paul, alex + 1 sac
- paul, alex + 2 sac
- paul, alex + 3 sac
- victor, emile + 1 sac

- paul, emile + 1 sac
- Emile, alex + 1 sac
- Emile, alex + 2 sac
- victor, alex + 1 sac
- victor, alex + 2 sac
- victor, alex + 3 sac

Autres activités possibles :

Proposer un problème de menus à équilibrer sur une journée (deux repas : midi et soir), peut-être même sans données numériques, mais avec des choix entre légumes verts ou féculents, crudités ou charcuterie, viande ou poisson, ...

Exercice 5 – étape 2 (CE2-CM1-CM2)

Noir, c'est noir

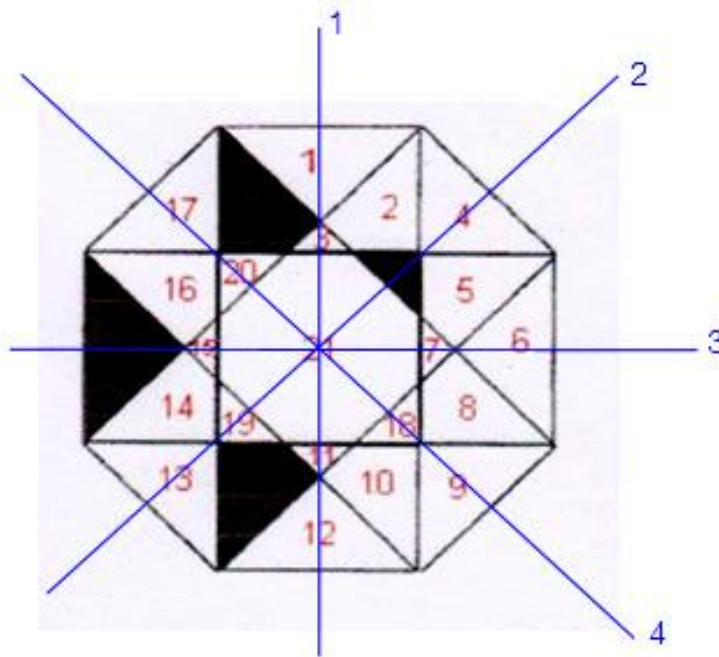
Réponse :

En grisant une seule zone (n°18), on obtient une figure ayant un axe de symétrie « horizontal »

Justification :

Recherche systématique des axes de symétrie de la figure (sans tenir compte des polygones déjà noircis) et, pour chaque axe de symétrie identifié, repérage des polygones à noircir pour que la figure reste symétrique par rapport à l'axe considéré (en prenant en compte cette fois les polygones noircis sur la figure modèle).

Analyse :



Axes de symétrie	n°1	n° 2	n° 3	n° 4
Polygones à noircir	2 ; 20 ; 10 ; 6	8 ; 14 ; 12	18	19 ; 5 ; 16 ; 1

Le nombre minimum de polygones à noircir est 1 ; c'est la zone 18 correspondant à l'axe de symétrie n°3.

Autres activités possibles :

En lien avec les arts visuels, on peut proposer de chercher un coloriage bicolore (ou tricolore) de la figure pour qu'elle conserve son (ou ses) axe(s) de symétrie.

Exercice 6 – étape 2 (CE2-CM1-CM2)

Les diodes de la calculette

Réponse :

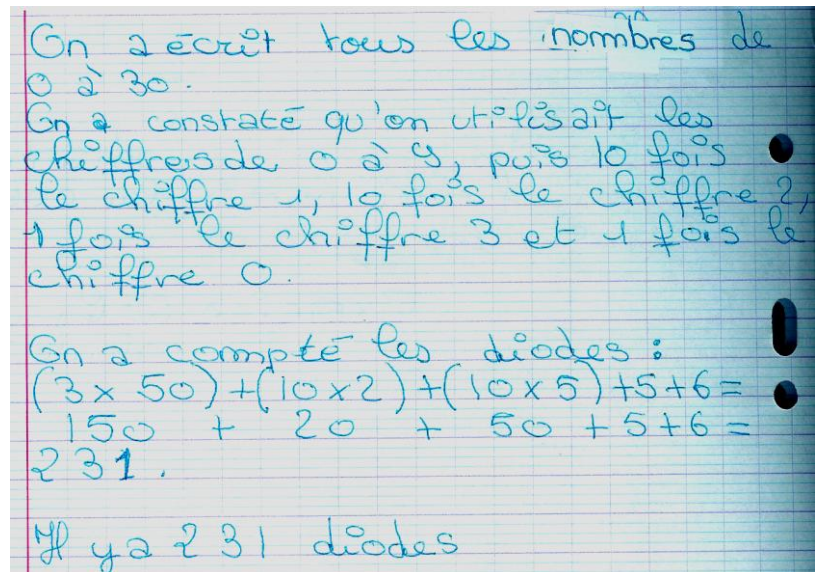
231 diodes s'allumeront pour afficher les nombres de 0 à 30.

Justification :

On calcule le nombre de diodes qui s'allument lorsque s'affichent les chiffres de 0 à 9 :

Chiffre	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Total
Nombre de diodes	6	2	5	5	4	5	6	4	7	6	50

- Pour afficher les nombres de 0 à 9 les uns après les autres, 50 diodes se seront allumées.
- Pour afficher les nombres de 10 à 19, on aura affiché 10 fois le chiffre 1 et une fois chacun les chiffres de 0 à 9, soient 70 diodes qui se seront allumées ($2 \times 10 + 50 = 70$).
- Pour afficher les nombres de 20 à 29, on aura affiché 10 fois le chiffre 2 et une fois chacun les chiffres de 0 à 9, soient 100 diodes qui se seront allumées ($5 \times 10 + 50 = 100$).
- Pour afficher le nombre 30, 11 diodes s'allument.



Au total, pour afficher les nombres de 0 à 30, 231 diodes se seront allumées successivement ($50 + 70 + 100 + 11 = 231$).

6 pour 0, 2 pour 1, 5 pour 2, 5 pour 3, 4 pour 4, 5 pour 5, 6 pour 6, 4 pour 7, 7 pour 8, 6 pour 9 -

+ 6
+ 2
+ 5
+ 5
+ 4
+ 5
+ 6
+ 4
+ 7
+ 4
+ 6
+ 6
50

8 pour 10, 4 pour 11, 7 pour 12, 7 pour 13, 6 pour 14, 7 pour 15, 8 pour 16, 6 pour 17, 9 pour 18, 8 pour 19 -

+ 8
+ 4
+ 7
+ 6
+ 7
+ 7
+ 8
+ 6
+ 9
+ 8
70

14 pour 20, 7 pour 21, 10 pour 22, 10 pour 23, 9 pour 24, 10 pour 25, 11 pour 26, 9 pour 27, 12 pour 28, 11 pour 29, 11 pour 30 -

+ 3
+ 11
+ 7
+ 10
+ 10
+ 9
+ 10
+ 11
+ 9
+ 11
+ 11
+ 11
+ 11
+ 11
111

donc, $\begin{matrix} 120 \\ + 111 \\ \hline 231 \end{matrix}$ Il y a 231 diodes qui s'allument -

Exercice 6: les diodes et la calculette

Autres activités possibles :

Sur une pendule à affichage digital, compter combien de segments s'allument en 1 minute, en 1 heure.

On peut aussi travailler sur les symétries centrales ou axiales avec les chiffres ou les affichages complets des heures.

Exercice 7 – étape 2 (CM1-CM2)

La combinaison mystérieuse

Réponse :

La combinaison mystérieuse est 4 6 3 3 2 3.

Justification :

- Le nombre mystérieux est formé par 6 chiffres ; il s'écrit donc « *abc def* », chaque lettre représentant un chiffre.
- C'est un nombre impair, donc le chiffre des unités est 1, 3, 5, 7 ou 9. Soit $f = 1$ ou 3 ou 5 ou 7 ou 9.
- Le premier chiffre en partant de la gauche est un 4 soit $a = 4$.
- Le chiffre des unités (f), celui des centaines (d) et celui des unités de mille (c) sont les mêmes donc $f = d = c = 1$ ou 3 ou 5 ou 7 ou 9.
- Le deuxième chiffre en partant de la gauche (b) est le double du troisième (c) ; le troisième (c) ne peut donc être que 1 ou 3.
- Le chiffre des dizaines est 2 soit $e = 2$.
- La somme de tous les chiffres est 21 soit $4 + 2 \times f + f + f + 2 + f = 21$
Si $f = 1$, alors $4 + 2 \times f + f + f + 2 + f = 11$.
Si $f = 3$, alors $4 + 2 \times f + f + f + 2 + f = 21$.

La solution $f = 3$ est celle qui convient et le nombre mystérieux est **463 323**.

Autres activités possibles :

On peut proposer ou faire inventer des charades mathématiques ou des nombres croisés.

Exemple 1 :

Mon chiffre des unités est pair,
 Mon chiffre des dizaines est impair,
 La somme de ces deux chiffres est égale à 15,
 La différence de ces deux chiffres est égale à 1,
 Mon nombre de centaines est le produit de ces deux chiffres,
 Je suis un nombre de quatre chiffres.
 Qui suis-je ?

Exemple 2 :

Nombres croisés :

<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td></td> <td style="padding: 2px 10px;">a</td> <td style="padding: 2px 10px;">b</td> <td style="padding: 2px 10px;">c</td> <td style="padding: 2px 10px;">d</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">A</td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px; background-color: black;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">B</td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">C</td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px; background-color: black;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">D</td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> </tr> </table>		a	b	c	d	A					B					C					D					<p>Horizontalement :</p> <p>A. moitié de 6×7. Triple de 1. B. $109 - (8 \times 7) + (654 \times 3) - 2 - 1$. C. somme de 3 et 4. Produit de 3 par 17. D. sept-mille.</p>	<p>Verticalement :</p> <p>a. 22 centaines et 77 unités. b. nombre de dizaines dans 100. chiffre des dizaines de 100. c. 15 dizaines. d. 5×642 ou 6×535 ou $4\,000 - 790$</p>
	a	b	c	d																							
A																											
B																											
C																											
D																											

Exercice 8 – étape 2 (CM1-CM2)

Les cubes de mon petit frère

Réponse :

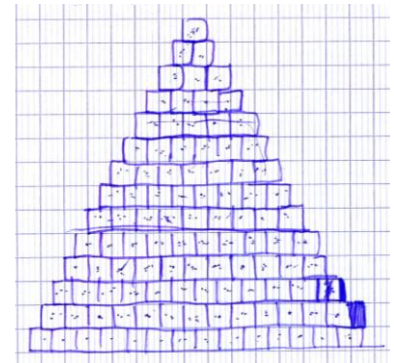
En mettant 14 cubes sur la ligne du bas, j'utilise 105 cubes et il en restera 3.

Justification :

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 = 105 ;$$

$$105 + 15 = 120 ;$$

$$120 > 108.$$



Un simple dessin aide parfois à résoudre le problème :

Pour aller plus loin (méthode à utiliser à partir de la classe de 1^{ère}) :

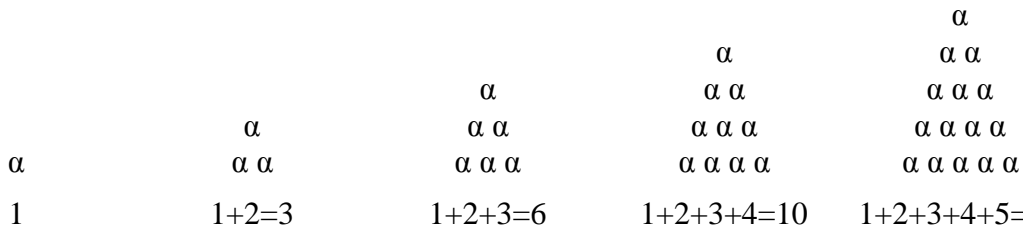
La suite de nombres 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; ... est une suite arithmétique de raison 1 et de premier terme 1.

La somme des n premiers termes de cette suite est : $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

L'équation $\frac{n(n+1)}{2} = 108$ admet deux solutions approchées entières – 15 (éliminée car négative) et 14.

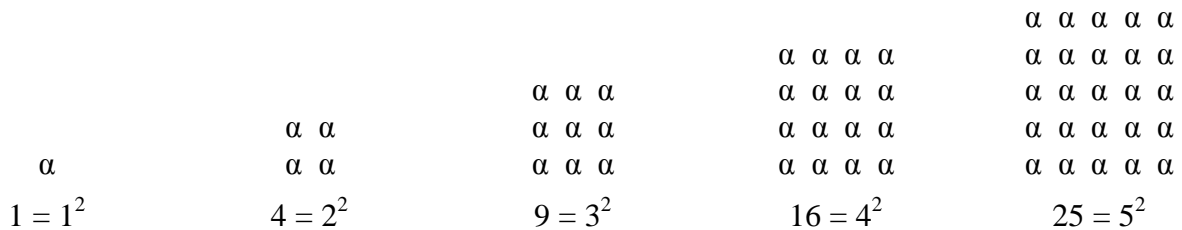
Nota bene :

Les nombres 1 ; 1 + 2 = 3 ; 1 + 2 + 3 = 6 ; 1 + 2 + 3 + 4 = 10 ; 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 ; sont des nombres que l'on a appelés nombres triangulaires. En effet, ils peuvent se représenter sous forme de triangles :



Ils apparaissent dans des textes dès l'antiquité, notamment dans un texte de Nicomaque de Gérase, mathématicien grec qui vivait autour de l'an 100.

Ce mathématicien a aussi parlé d'autres « nombres figurés » comme les nombres carrés (qu'il a nommés « tétragones », qu'il a représentés ainsi et que l'on note aujourd'hui n^2 :



Autres activités possibles :

On peut simplifier le problème donné dans l'exercice 8 de l'étape 2 en faisant travailler sur la suite des nombres triangulaires ou des nombres carrés, puis, donner un énoncé où il faut retrouver, à partir d'un nombre donné, le rang n du nombre triangulaire ou du nombre carré qui lui est directement inférieur.

Exercice 9 – étape 2 (CM2)

L'itinéraire du tram

Réponse :

Arrêt A	Temps de trajet	Arrêt B	Temps de trajet	Arrêt C	Temps de trajet	Arrêt D
9h00	16 min	9h16	8 min	9h24	7 min	9h31
9h40		9h56		10h04		10h11

Nota Bene :

Il s'agit ici, bien entendu, de tram qui, quelles que soient les conditions de circulation ou de météo, mettent tous le même temps pour parcourir une même distance !

La résolution du problème utilise les opérations sur des nombres complexes (heures, minutes), additions ou soustractions.

Autres activités possibles :

L'activité peut être présentée sous forme « d'horaires » de tram ou de bus des compagnies de transport locales.

Exercice 10 – étape 2 (CM2)

Les marguerites

Réponse :

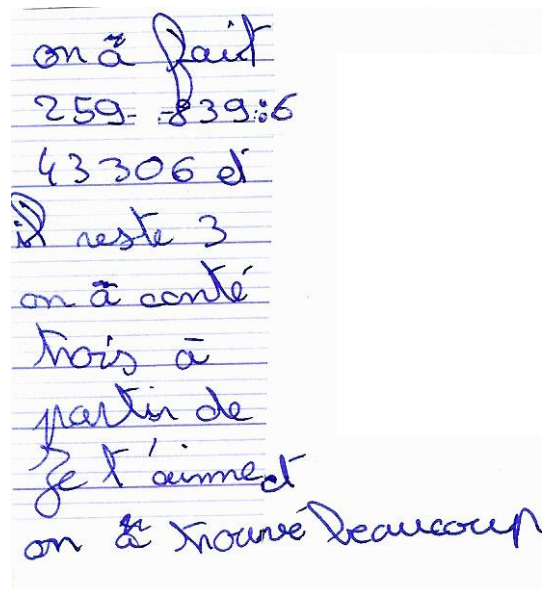
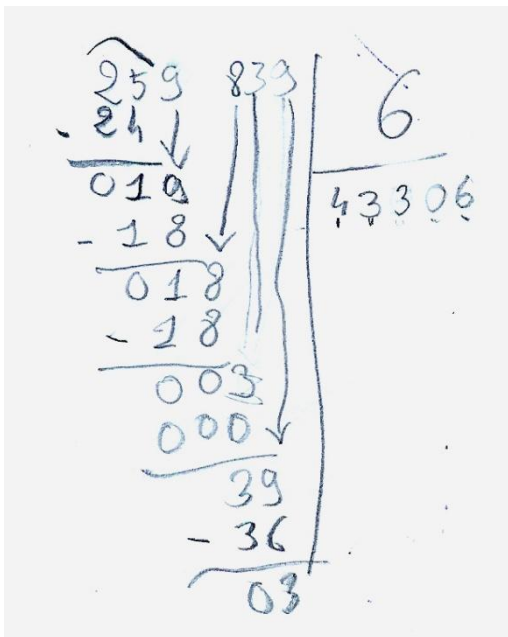
En effeuillant le dernier des 259 839 pétales, il dira « beaucoup ».

En effet : $259\ 839 = (6 \times 43\ 306) + 3$

Justification :

$259\ 839 = 6 \times 43\ 306 + 3$;

$259\ 839 : 6 = 43\ 306$ reste 3



L'amoureux dira donc 43 306 fois la formule complète « Je t'aime, un peu, beaucoup, passionnément, à la folie, pas du tout ». Il lui restera alors 3 pétales qui lui permettront d'ajouter « Je t'aime, un peu, beaucoup ».

En enlevant le dernier pétale, il dira donc « **beaucoup** ».

Autres activités possibles :

Effeuiller une marguerite ou effeuiller les pages d'un éphéméride :

Le 1^{er} janvier 2012 était un dimanche, sachant qu'en 2012, le 21 décembre sera le 355^{ème} jour de l'année, quel jour de la semaine commencera l'hiver ?

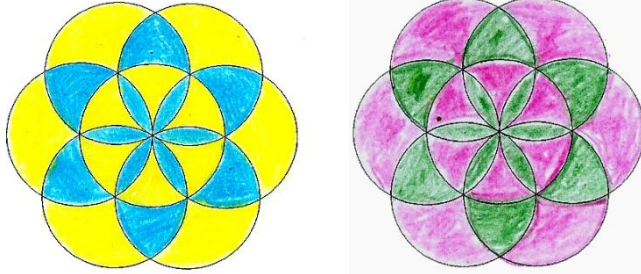
Exercice 1 – étape 3 (CE2)

Le minimum de couleurs

Réponse :

Il y a 7 cercles dans la figure et il faut un minimum de 2 couleurs pour le coloriage de cette figure si l'on veut que deux régions voisines ne soient jamais de la même couleur.

Justification :



Pour aller plus loin: théorème des quatre couleurs

Ce problème a été formulé en 1879 par le mathématicien Arthur Cayley : « *Peut-on colorier en quatre couleurs n'importe quelle carte plane ou sphérique ?* » (traduit de l'anglais, cf royal geographic society, *On the colourings of maps*, traduction wikipedia). Pour le démontrer, il fallait, ou bien établir par un raisonnement que c'était possible, ou bien exhiber un contre-exemple, une carte impossible à colorier avec seulement quatre couleurs sans que deux régions voisines soient de la même couleur.

Deux Américains, Appel et Haken en 1976, démontrent ce théorème en faisant vérifier 1 478 cas à un ordinateur (ils ont auparavant démontré que tous les types de cartes se ramènent à ces 1 478 cas différents).

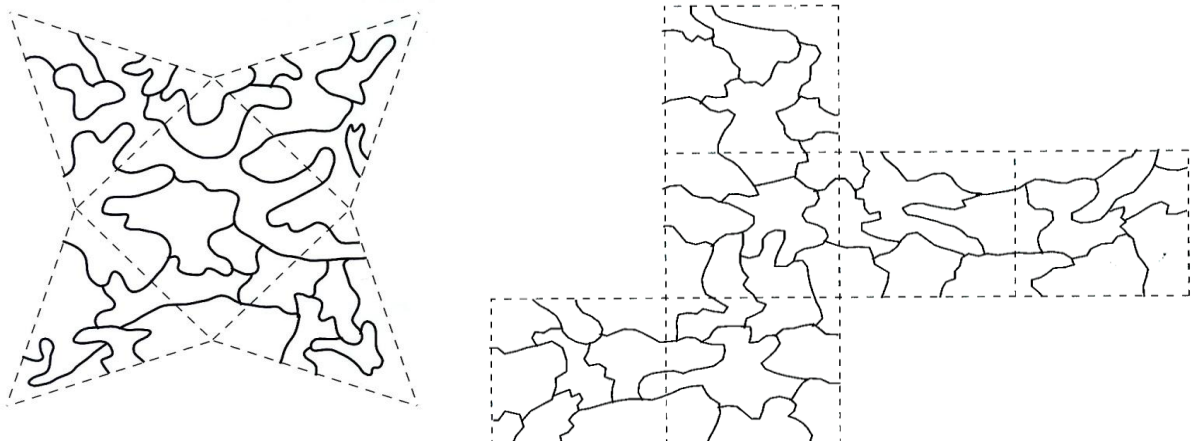
Nota bene :

- 1) Si, sur une feuille, on trace des droites qui séparent la feuille en régions, la « carte » peut alors être coloriée avec seulement deux (2) couleurs sans que deux régions voisines par une frontière commune aient la même couleur ! (démonstration par récurrence sur le nombre de droites tracées)
- 2) Dans le cas de cet exercice, les traits qui délimitent les régions à colorier se coupent et, en chaque point d'intersection, il y a un nombre pair de lignes qui se croisent. C'est un cas où le coloriage ne nécessite que deux couleurs.

Autres activités possibles :

Travailler sur les patrons de solides à construire.

Avec le moins de couleurs possible, colorier les patrons des solides. Attention, deux zones voisines ne doivent pas être de la même couleur. Les pointillés ne sont pas des limites de zones : une zone peut se prolonger d'une face à l'autre. (exemples extraits du fichier « Jeux école 1 » de l'APMEP).



Exercice 2 – étape 3 (CE2)

Des suites de nombres

Réponse :

Les suites complétées sont :

1^{ère} suite : à chaque terme, on ajoute 3 pour passer au suivant : 1 ; 4 ; 7 ; 10 ; 13 ; 16 ; 19 ; 21

2^{ème} suite : à chaque terme, on ajoute 4 pour passer au suivant : 3 ; 7 ; 11 ; 15 ; 19 ; 23 ; 27 ; 31.

3^{ème} suite :

2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 12 ; 17 ; 23 ; 30 ; 38 ; 47.
+1 +2 +3 +4 +5 +6 +7 +8 +9

4^{ème} suite :

1 ; 3 ; 9 ; 27 ; 81 ; 243 ; 729 ; 2187.
×3 ×3 ×3 ×3 ×3 ×3 ×3 ×3

Pour aller plus loin :

- Les deux premières suites sont dites « suites arithmétiques » (pour passer d'un terme au suivant, on ajoute toujours un même nombre appelé la raison de la suite)

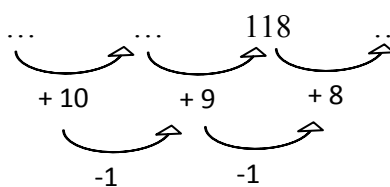
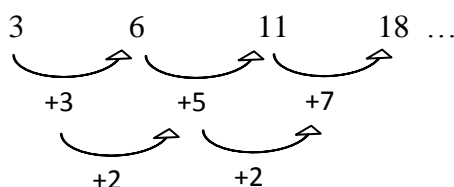
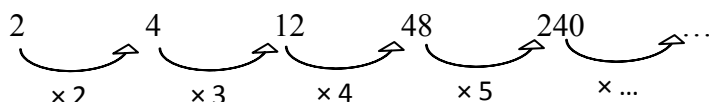
- La 4^{ème} suite est une suite dite « suite géométrique » (pour passer d'un terme au suivant, on multiplie toujours par un même nombre appelé raison de la suite).

- La 3^{ème} suite, comme les autres, est une suite définie par récurrence. Ici, la formule de récurrence est $u_{n+1} = u_n + (n + 1)$. La formule donnant u_n en fonction de n est $u_n = u_0 + \frac{n(n+1)}{2} = 2 + \frac{n(n+1)}{2}$

Autres activités possibles :

Faire créer des suites par des élèves

Proposer d'autres types de suites (plus complexes)



Exercice 3 – étape 3 (CE2-CM1)

En plein dans le mille !

Réponse :

Il y a cinq solutions :

Solution 1 : 7 flèches

1 dans le centre, 2 à l'extérieur, 3 dans la zone « 500 » et 1 dans la zone « 100 ».

Solution 2 : 8 flèches

1 dans le centre, 2 à l'extérieur, 2 dans la zone « 500 » et 3 dans la zone « 200 ».

Solution 3 : 9 flèches

1 dans le centre, 2 à l'extérieur, 2 dans la zone « 500 », 2 dans la zone « 200 » et 2 dans la zone « 100 ».

Solution 4 : 10 flèches

1 dans le centre, 2 à l'extérieur, 2 dans la zone « 500 », 1 dans la zone « 200 » et 4 dans la zone « 100 ».

Solution 5 : 10 flèches

1 dans le centre, 2 à l'extérieur, 1 dans la zone « 500 », 5 dans la zone « 200 » et 1 dans la zone « 100 ».

Deux productions d'élèves :

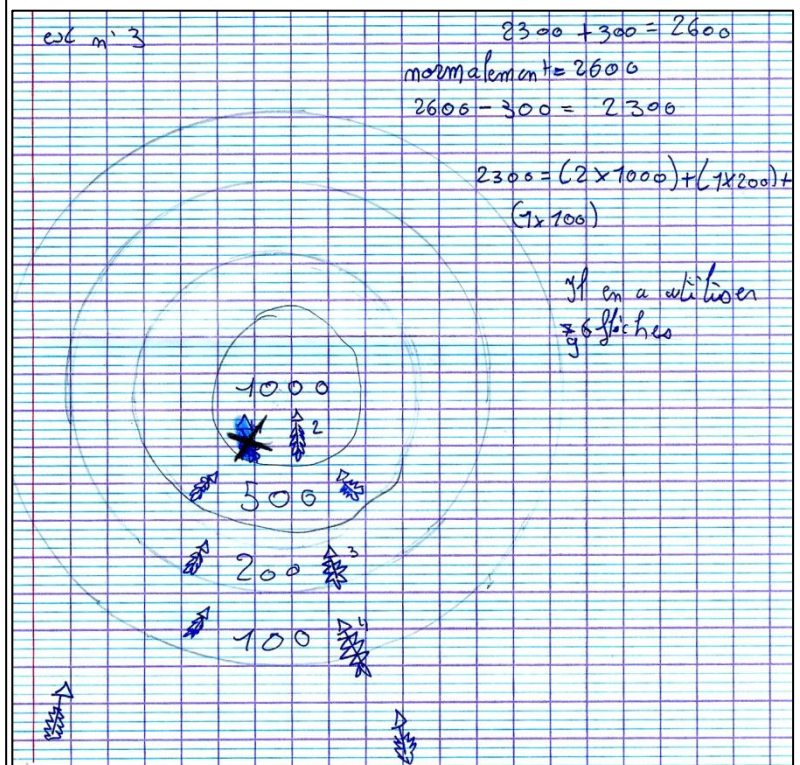
solution 1
 $1000 + 500 + 500 + 500 + 100 = 2600$ $2600 - 300 = 2300$
Pierre peut utiliser 7 flèches.

solution 2
 $1000 + 500 + 500 + (3 \times 200) = 2600$ $2600 - 300 = 2300$
Pierre peut utiliser 8 flèches.

solution 3
 $(1 \times 1000) + (2 \times 500) + (2 \times 200) + (2 \times 100) - 300 = 2300$. Pierre peut utiliser 9 flèches.

solution 4
 $1000 + 500 + 500 + 200 + 100 + 100 + 100 + 100 = 2600$
 $2600 - 200 - 100 = 2300$. Pierre peut utiliser 10 flèches.

solution 5.
 $1000 + 500 + 100 + 200 = 1800$. $1800 + (4 \times 200) = 2600$
 $2600 - 200 - 100 = 2300$. Pierre peut utiliser 10 flèches.



Exercice 4 – étape 3 (CE2-CM1)

Les camions

Réponse :

Il y a 10 voitures et 4 camions.

Justification :

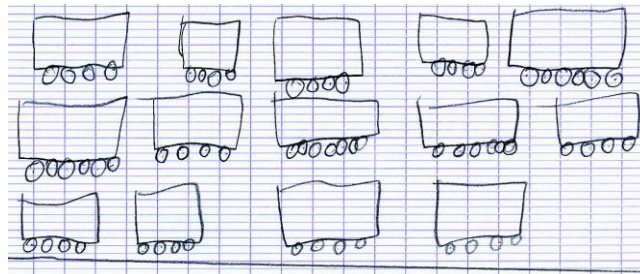
On peut opérer une recherche systématique pour toutes les combinaisons possibles de 14 véhicules, voitures et camions, et mettre en évidence la solution (elle est unique).

Camions		Voitures		Total	
Nombre de véhicules	Nombre de roues	Nombre de véhicules	Nombre de roues	Nombre de véhicules	Nombre de roues
0	0	14	56	14	56
1	6	13	52	14	58
2	12	12	48	14	60
3	18	11	44	14	62
4	24	10	40	14	64
...

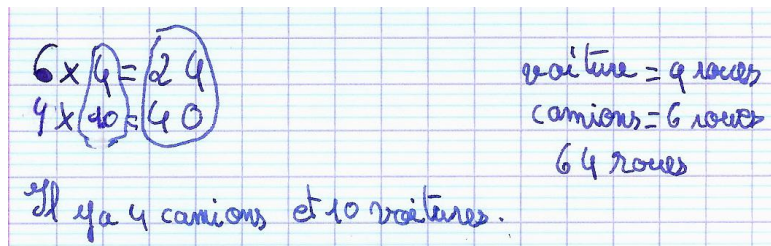
On constate que plus il y a de camions par rapport au nombre de voitures, plus le nombre total de roues augmente. Il augmente de 2 à chaque fois qu'on ajoute un camion à la place d'une voiture. On peut arrêter la recherche systématique à la solution trouvée ; il n'y en aura pas d'autre. La solution est : Calculo a 4 camions et 10 voitures.

Analyse :

2 méthodes ont été employées
par un dessin



par un calcul



Pour aller plus loin:

Soit v le nombre de voitures et soit c le nombre de camions.

Le nombre de véhicules s'écrit : $v + c = 14$

Le nombre de roues s'écrit : $4v + 6c = 64$

v et c sont solutions du système $\begin{cases} v + c = 14 \\ 4v + 6c = 64 \end{cases}$

dont l'unique couple solution est (10 ; 4). On trouve que Calculo a 10 voitures et 4 camions.

Exercice 5 – étape 3 (CE2-CM1-CM2)

Les chiens de monsieur Hugo

Réponse :

Il y a quatre solutions possibles :

- 4 jeunes caniches et 3 vieux caniches
- 5 jeunes caniches et 2 vieux caniches
- 6 jeunes caniches et 1 vieux caniche
- 7 jeunes caniches et 0 vieux caniche

Justification :

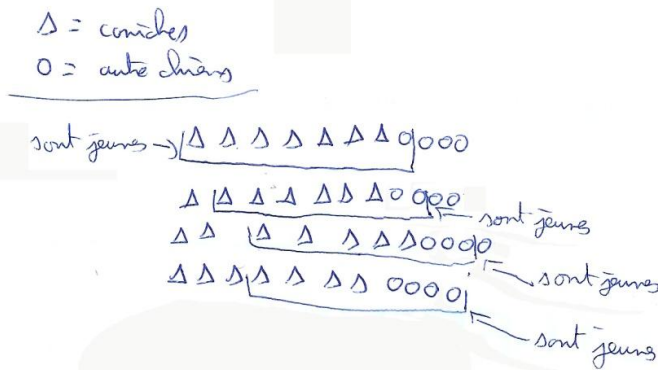
S'il n'y avait aucun jeune caniche, 7 caniches et 8 jeunes chiens feraient un minimum de $7 + 8 = 15$ chiens au minimum chez M. Hugo. Or M. Hugo n'a que 11 chiens. Il y a donc des jeunes caniches.

Comme $15 - 11 = 4$, il y a au moins 4 jeunes caniches.

Pour terminer le problème, il suffit d'énumérer tous les cas possibles : 4 jeunes caniches ; 5 jeunes caniches ; 6 jeunes caniches et 7 jeunes caniches, puis de compléter par de vieux caniches pour obtenir le total de 7 caniches.

1) 7 caniches jeunes et un autre jeune et 3 autres vieux
 2) 4 caniches jeunes et 4 autres jeunes et 3 caniches vieux
 3) 5 caniches jeunes, 3 autres jeunes, 2 caniches vieux et 1 autre vieux
 4) 6 caniches jeunes, 2 autres jeunes, 1 caniche vieux et 2 autres vieux

Possibilité de faire un dessin schématisé



Exercice 6 – étape 3 (CE2-CM1-CM2)

Les pièces de monnaie

Réponse :

On peut payer 15 sommes : 1c, 5c, 6c, 10c, 11c, 15c, 16c, 20c, 21c, 25c, 26c, 30c, 31c, 35c, 36c.

- Avec une pièce, on peut payer exactement 4 sommes : 1 c, 5 c, 10 c, 20 c.
- Avec deux pièces, on peut payer exactement 6 sommes : 6 c, 11 c, 15 c, 21 c, 25 c, 30 c.
- Avec trois pièces, on peut payer exactement 4 sommes : 16 c, 26 c, 31 c, 35 c.
- Avec quatre pièces, on peut payer exactement 1 somme : 36 c.

Justification :

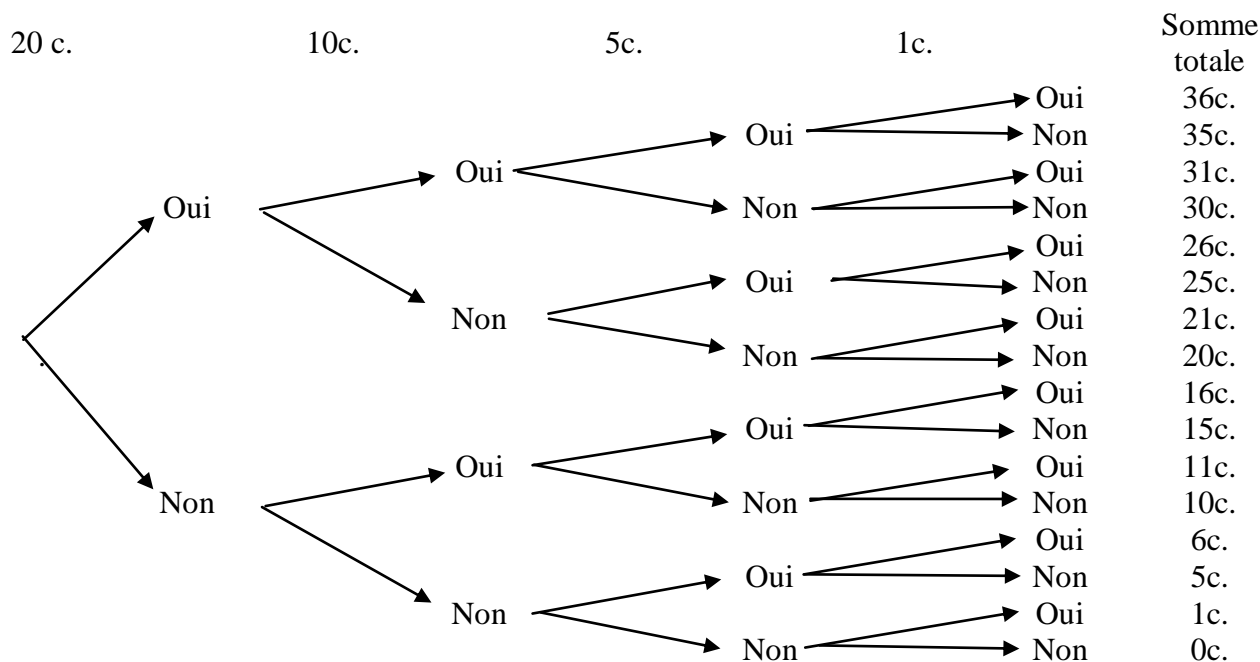
$$\begin{array}{r}
 20 \\
 +10 \\
 +5 \\
 +1 \\
 \hline
 36
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 20 \\
 +10 \\
 \hline
 30
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 5 \\
 +1 \\
 \hline
 6
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 10 \\
 +1 \\
 \hline
 11
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 20 \\
 +1 \\
 \hline
 21
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 10 \\
 +5 \\
 \hline
 15
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 20 \\
 +5 \\
 \hline
 25
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 10 \\
 +20 \\
 +5 \\
 \hline
 35
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 10 \\
 +20 \\
 +1 \\
 \hline
 31
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 10 \\
 +5 \\
 +1 \\
 \hline
 16
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 20 \\
 +5 \\
 +1 \\
 \hline
 26
 \end{array}$$

Pour aller plus loin:

Pour chacune des 4 pièces, on peut l'utiliser ou non. Cela donne 2^4 possibilités.

Mais, comme on ne va pas payer une somme nulle (aucune des pièces n'est utilisée), on aura ainsi $2^4 - 1 = 15$ possibilités.

Pour les énoncer toutes, on peut dessiner un arbre :



On peut aussi réaliser un tableau indiquant le nombre de pièces de chacune des 4 sortes :

	1c.	5c.	10c.	20c.
1	1 (1)	5 (5)	10 (10)	20 (20)
2	6 (5+1)	25 (20+5)	15 (10+5)	30 (10+20)
3	16 (5+10+1)	35 (10+20+5)	31 (10+20+1)	26 (20+5+1)
4	36 (5+10+20+1)	36 (5+10+20)	36 (10+20+1)	36 (20+5+10)

Nombre de pièces de 20c.	Nombre de pièces de 10c.	Nombre de pièces de 5c.	Nombre de pièces de 1c.	Somme totale en centimes
1	1	1	1	36
1	1	1	0	35
1	1	0	1	31
1	1	0	0	30
1	0	1	1	26
1	0	1	0	25
1	0	0	1	21
1	0	0	0	20
0	1	1	1	16
0	1	1	0	15
0	1	0	1	11
0	1	0	0	10
0	0	1	1	6
0	0	1	0	5
0	0	0	1	1
0	0	0	0	0

On peut aussi chercher, et c'est souvent ce qui a été fait par les élèves, quelles sont toutes les possibilités avec une seule pièce, avec deux pièces, avec trois pièces, avec les quatre pièces

1 pièce: 20c
10c
5c
1c

2 pièces: 20+10=30c
5+1=6c
20+1=21c
10+5=15c
10+1=11c
20+5=25c

3 pièces: 20+10+5=35c
10+5+1=16c
20+1+5=26c
20+10+1=31c

4 pièces: 20+10+5+1=36

Autres activités possibles :

Le problème peut être donné avec des masses marquées (1 g, 5 g, 10 g, 20 g) et une balance à deux plateaux.

La recherche sera alors de trouver toutes les masses que l'on peut mesurer. (la réponse devient 21 possibilités)

Exemples :



Exercice 7 – étape 3 (CM1-CM2)

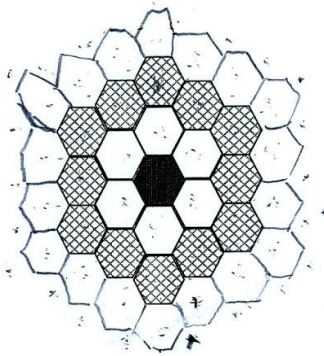
L'hôtel d'Hexa l'abeille

Réponse :

A l'issue des divers agrandissements, l'hôtel comporte 61 chambres.

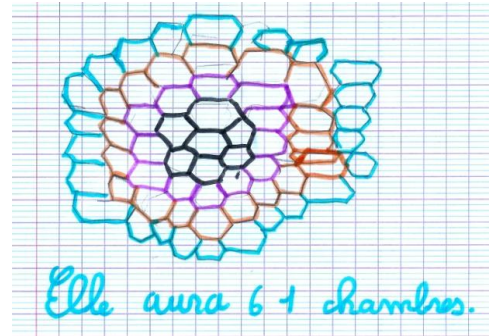
Justification :

1 chambre centrale, 6 chambres autour de cette première pièce, 12 chambres supplémentaires après le 1^{er} agrandissement, 18 chambres de plus après le 2^e agrandissement et 24 chambres autour de ces 18. Soit : $1 + 6 + 12 + 18 + 24 = 61$ chambres au total.



$$\begin{array}{r}
 7 + 12 + 18 + 24 \\
 \hline
 61
 \end{array}$$


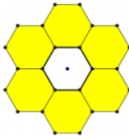
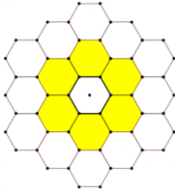
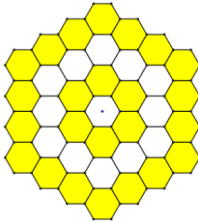
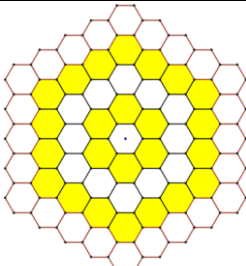
Il y a ~~50~~ 61 chambres au sein



Pour aller plus loin:

Le nombre de chambres de cet hôtel est, à chaque étape de sa construction, un nombre appelé « nombre hexagonal centré », parfois noté HEX_n ou HC_n .

La formule pour le calculer est : $HC_n = HEX_n = 6 \frac{n(n+1)}{2} + 1$, où n est le numéro de l'étape d'extension.

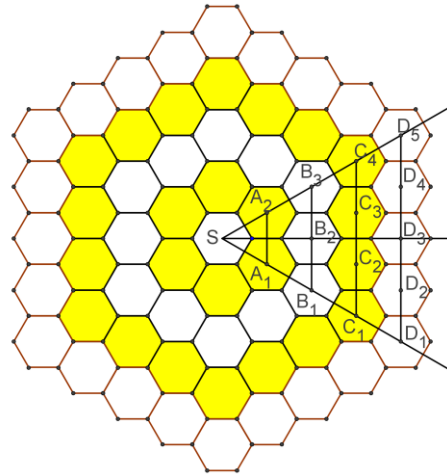
n°étape	figure	formule	Nombre de chambres
0		$6 \frac{0(0+1)}{2} + 1$	$HC_0 = 1$
1		$6 \frac{1(1+1)}{2} + 1$	$HC_1 = 7$
2		$6 \frac{2(2+1)}{2} + 1$	$HC_2 = 19$
3		$6 \frac{3(3+1)}{2} + 1$	$HC_3 = 37$
4		$6 \frac{4(4+1)}{2} + 1$	$HC_4 = 61$

Éléments de justification :

Sur la *figure 3* (ci-dessous) :

- S est le centre de l'hexagone initial (central).
- Autour de chaque sommet d'un hexagone, il y a 3 hexagones juxtaposés. Les angles aux sommets d'un hexagone sont tous égaux à 120° . On peut paver le plan avec des hexagones réguliers.
- A_1, A_2 sont les centres de deux hexagones de l'étape n°1.
- B_1, B_2, B_3 sont les centres d'hexagones de l'étape n°2.
- C_1, C_2, C_3, C_4 sont les centres d'hexagones de l'étape n°3.
- D_1, D_2, D_3, D_4, D_5 sont les centres d'hexagones de l'étape n°4.

Figure 3



Les points S, A_1, B_1, C_1, D_1 sont alignés, de même que les points S, A_2, B_3, C_4, D_5 .

Les points B_1, B_2, B_3 sont alignés, de même que C_1, C_2, C_3, C_4 d'une part et D_1, D_2, D_3, D_4, D_5 d'autre part.

De plus, on a $(A_1A_2) \parallel (B_1B_3) \parallel (C_1C_4) \parallel (D_1D_5)$.

Le triangle SA_1A_2 est équilatéral (les 3 angles sont égaux à 60°), de même que les triangles $SB_1B_3, SC_1C_4, SD_1D_5$.

$SA_1 = 2h$ où h est l'apothème de l'hexagone initial.

Ainsi : $SA_1 = SA_2 = A_1A_2 = 2h$.

On a aussi : $SA_1 = A_1B_1 = B_1C_1 = C_1D_1 = 2h$.

On en déduit : $A_1A_2 = 1(2h)$;

$B_1B_3 = 2(2h) = A_1A_2 + 1(2h)$; $C_1C_4 = 3(2h) = B_1B_3 + 1(2h)$;

$D_1D_5 = 4(2h) = C_1C_4 + 1(2h)$.

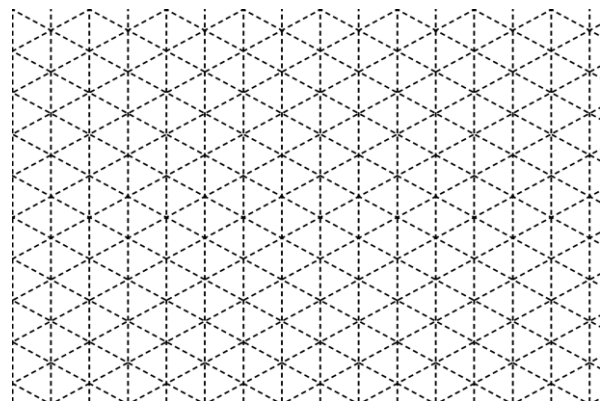
Et ainsi de suite : à chaque étape, dans le secteur angulaire A_1SA_2 , on ajoute $1 \times (2h)$, soit la hauteur d'un hexagone. Comme il y a 6 secteurs identiques à celui-ci pour former la figure totale, à chaque étape, on ajoute 6×1 hexagone, soient 6 hexagones.

Le nombre total d'hexagones est alors $N = 1 + 6(1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n)$. ou encore :

$N = 1 + 6 \frac{n(n+1)}{2}$ où n est le n° de l'étape d'agrandissement de l'hôtel d'Hexa l'abeille.

Autres activités possibles :

Pour faire travailler de jeunes élèves sur ce type de forme de pavage, il peut être intéressant de disposer d'une grille dont les mailles sont des triangles équilatéraux. En voici une obtenue avec geogebra.



Compléments culturels :

1) Pour fabriquer les rayons dans lesquels elles stockent le miel ou déposent les œufs, les abeilles utilisent des hexagones pour paver le plan en surface. Les Grecs l’avaient remarqué dès l’antiquité, mais il a été seulement démontré récemment, en 1999, que cette forme hexagonale régulière des alvéoles permet une moindre quantité de cire qu’avec d’autres polygones, réguliers ou non, à côtés droits ou courbes.

Figure 4

Alvéoles en cire d’abeilles,
photo wikipedia.





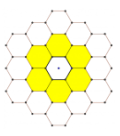
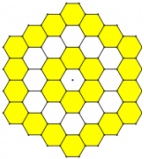
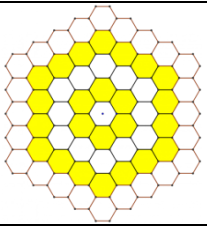


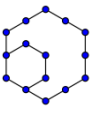
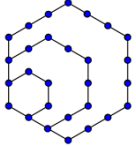
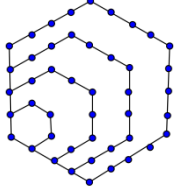
2) Les nombres hexagonaux centrés apparaissent lorsqu’on range des objets cylindriques dans des boîtes cylindriques (ou des objets ronds dans des boîtes à fond circulaire).

Figure 5

Pailles rangées dans une boîte cylindrique



3) Les nombres hexagonaux centrés sont, en général, différents des nombres hexagonaux :

Nombres hexagonaux centrés	1	7	19	37	61
					
Nombres hexagonaux	1	6	15	28	45
					

4) Des frites hexagonales ? Ça n’existe pas, ça n’existe pas, et pourquoi pas ?

En tout cas, de même que les abeilles économisent la cire des alvéoles en leur donnant une forme hexagonale, nos amis Belges ont lancé des frites hexagonales, nettement moins grasses que les frites à base carrée, et pourtant, ce lancement n’a eu qu’un succès très limité !

Selon les sources consultées (site belge ou la revue Tangente n°130, sept oct 2009, p.13) les frites hexagonales sont 7% moins grasses ou 22% moins grasses que les frites carrées (tandis que des frites triangulaires sont 14% plus grasses que des frites carrées).

Exercice 8 – étape 3 (CM1-CM2)

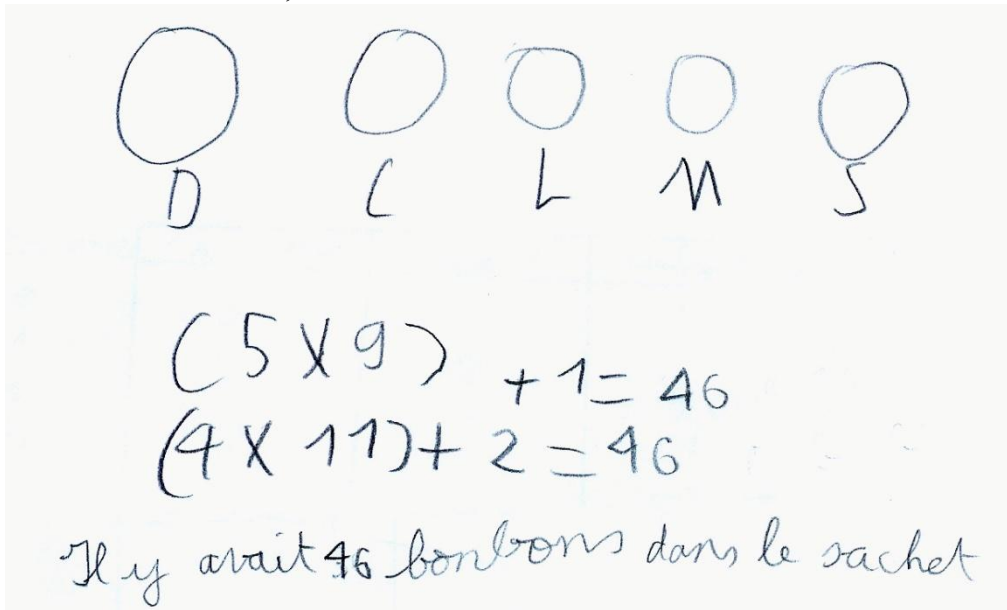
Les bonbons

Réponse :

Au départ, il y avait 46 bonbons dans le sachet (et Denis Poisson a 9 bonbons dans sa main).

Justification :

$46 = 4 \times 11 + 2$ et $46 = 5 \times 9 + 1$, avec $5 < 9 \leq 10$.



Pour aller plus loin:

Le nombre de bonbons dans le sachet est un multiple de 5 auquel on ajoute 1 :

Nombre de bonbons dans le sachet = $5 \times (\text{part de chaque enfant}) + 1$.

La part de chaque enfant est supérieure à 5 et inférieure ou égale à 10.

Le nombre de bonbons dans le sachet peut donc être égal à $5 \times 6 + 1 = 31$ ou $5 \times 7 + 1 = 36$ ou $5 \times 8 + 1 = 41$ ou $5 \times 9 + 1 = 46$ ou $5 \times 10 + 1 = 51$. Parmi ces résultats 31 ; 36 ; 41 ; 46 ; 51, un seul est multiple de 4 auquel on ajoute 2 (le $46 = 4 \times 11 + 2$)

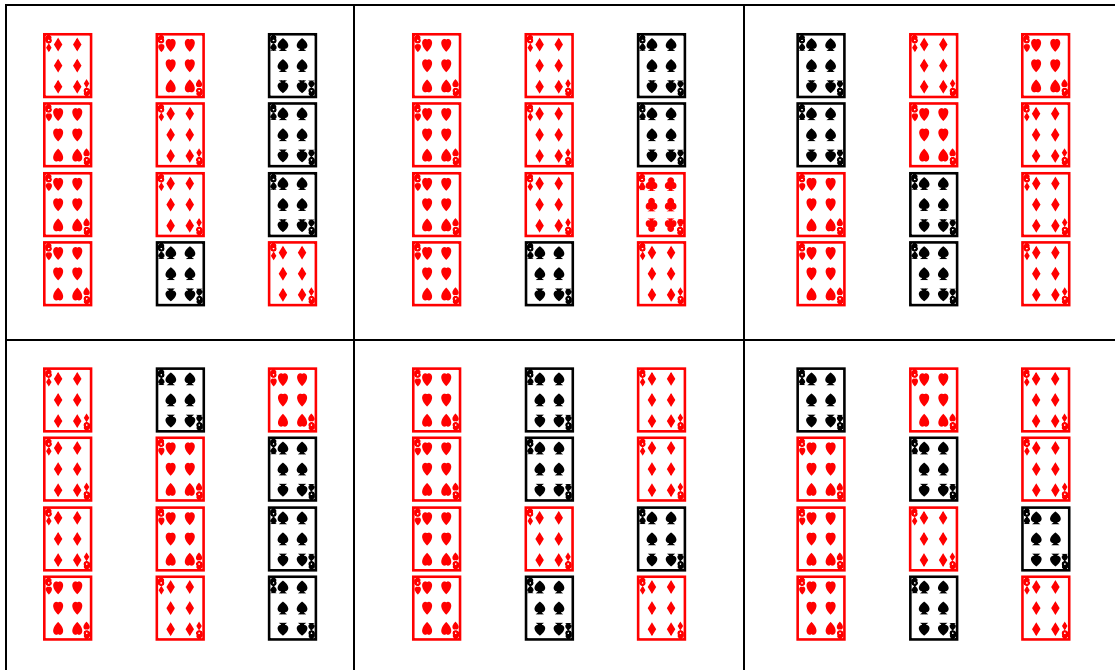
Exercice 9 – étape 3 (CM2)

Qui s’y frotte s’y pique

Il y avait une erreur dans l'énoncé ! la dernière phrase aurait dû être « le 6 de carreau est échangé avec la carte qui est derrière lui (s'il est déjà dernier, on ne change rien).

Réponse à l'énoncé tel que donné aux élèves

Lorsque l'on reprend l'énoncé tel qu'il a été donné lors du rallye, le résultat n'est pas toujours le même :



Avec l'énoncé donné, le six de carreau arrive premier dans 5 cas sur 6 et le six de pique arrive premier dans 1 cas sur 6.

Analyse :

Les 6 cas ont été étudiés, en faisant tous les essais

<p>Dessins des 6 cas de départ (tableau du haut) puis des 6 cas à l'arrivée (tableau du bas)</p> <div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center; margin-bottom: 10px;"> <tr><td>♥⁶</td><td>♠⁶</td><td>♦⁶</td><td>♣⁶</td><td>♥⁶</td><td>♠⁶</td></tr> <tr><td>♠⁶</td><td>♥⁶</td><td>♠⁶</td><td>♥⁶</td><td>♦⁶</td><td>♦⁶</td></tr> <tr><td>♦⁶</td><td>♦⁶</td><td>♥⁶</td><td>♠⁶</td><td>♠⁶</td><td>♥⁶</td></tr> </table> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>♠⁶</td><td>♦⁶</td><td>♦⁶</td><td>♦⁶</td><td>♦⁶</td><td>♦⁶</td></tr> <tr><td>♦⁶</td><td>♠⁶</td><td>♠⁶</td><td>♠⁶</td><td>♠⁶</td><td>♠⁶</td></tr> <tr><td>♥⁶</td><td>♥⁶</td><td>♥⁶</td><td>♥⁶</td><td>♥⁶</td><td>♥⁶</td></tr> </table> </div> <p><i>Le carreau, non ce n'est pas toujours le cas</i></p>	♥ ⁶	♠ ⁶	♦ ⁶	♣ ⁶	♥ ⁶	♠ ⁶	♠ ⁶	♥ ⁶	♠ ⁶	♥ ⁶	♦ ⁶	♦ ⁶	♦ ⁶	♦ ⁶	♥ ⁶	♠ ⁶	♠ ⁶	♥ ⁶	♠ ⁶	♦ ⁶	♦ ⁶	♦ ⁶	♦ ⁶	♦ ⁶	♦ ⁶	♠ ⁶	♠ ⁶	♠ ⁶	♠ ⁶	♠ ⁶	♥ ⁶	♥ ⁶	♥ ⁶	♥ ⁶	♥ ⁶	♥ ⁶	<p>Schématisation de toutes les manipulations</p> <p> Δ = pique \square = carreau \circ = coeur <i>légende</i> </p> <ol style="list-style-type: none"> 1 - $\Delta \circ \circ \rightarrow \Delta \circ \circ \rightarrow \Delta \circ \circ \rightarrow \square \Delta \circ$ 2 - $\Delta \circ \square \rightarrow \Delta \circ \square \rightarrow \Delta \square \circ \rightarrow \square \Delta \circ$ 3 - $\circ \square \Delta \rightarrow \square \circ \Delta \rightarrow \square \Delta \circ \rightarrow \square \Delta \circ$ 4 - $\circ \Delta \square \rightarrow \Delta \circ \square \rightarrow \Delta \circ \square \rightarrow \Delta \circ \square$ 5 - $\square \Delta \circ \rightarrow \square \Delta \circ \rightarrow \Delta \square \circ \rightarrow \square \Delta \circ$ 6 - $\square \circ \Delta \rightarrow \square \Delta \circ \rightarrow \Delta \square \circ \rightarrow \square \Delta \circ$ <p><i>NON Ce sera le carreau, cinq fois sur 6</i></p>
♥ ⁶	♠ ⁶	♦ ⁶	♣ ⁶	♥ ⁶	♠ ⁶																																
♠ ⁶	♥ ⁶	♠ ⁶	♥ ⁶	♦ ⁶	♦ ⁶																																
♦ ⁶	♦ ⁶	♥ ⁶	♠ ⁶	♠ ⁶	♥ ⁶																																
♠ ⁶	♦ ⁶	♦ ⁶	♦ ⁶	♦ ⁶	♦ ⁶																																
♦ ⁶	♠ ⁶	♠ ⁶	♠ ⁶	♠ ⁶	♠ ⁶																																
♥ ⁶	♥ ⁶	♥ ⁶	♥ ⁶	♥ ⁶	♥ ⁶																																

Énoncé sans erreur :

Marion dispose de trois cartes : le six de pique, le six de cœur et le six de carreau.

Elle les range dans l'ordre qu'elle veut (il existe six façons différentes de les ranger), puis organise une « course » :

- Le 6 de cœur est échangé avec la carte qui est derrière lui (s'il est déjà dernier on ne change rien) ;
- Le 6 de pique est échangé avec la carte qui est devant lui (s'il est déjà premier, on ne change rien) ;
- Le 6 de carreau est échangé avec la carte qui est derrière lui (s'il est déjà dernier, on ne change rien).

Qui des trois cartes arrivera en premier ?

Est-ce toujours le cas ?

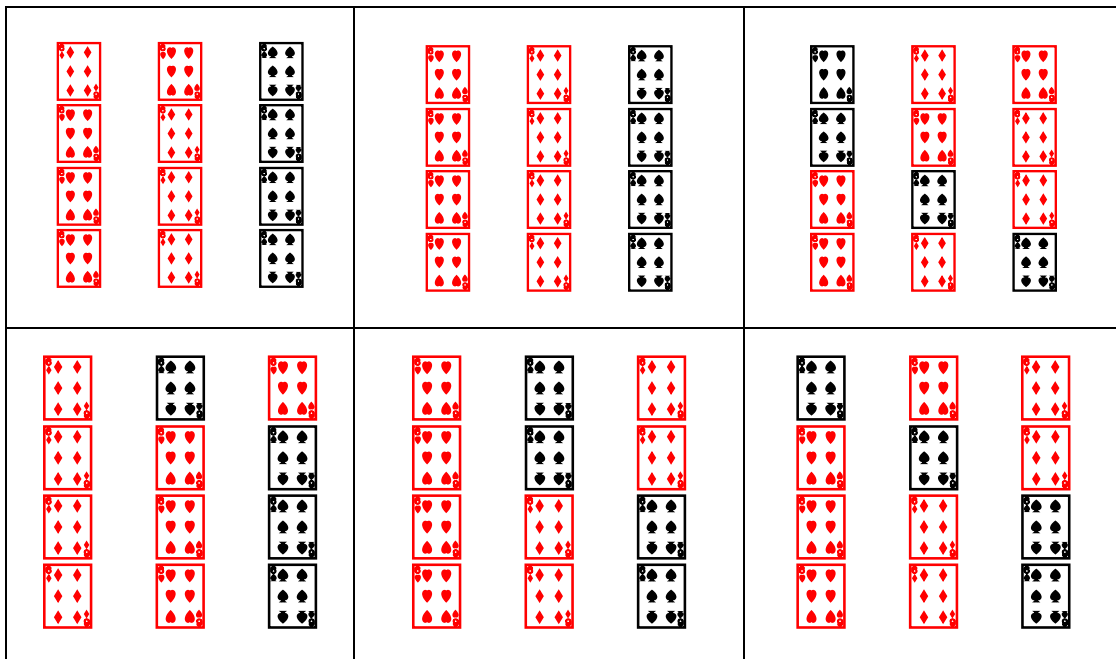
Réponse si énoncé sans erreur :

C'est le 6 de pique qui arrive en première position dans tous les cas (il y a 6 permutations possibles au départ et quelle que soit la permutation de départ, le résultat après les 3 échanges sera le même).

Justification :

Il s'agit ici, comme dans le cas de la démonstration du théorème des 4 couleurs dont nous avons parlé lors de la correction de l'exercice 1 de cette 3^{ème} étape, de démontrer que le résultat (le 6 de pique arrive toujours 1^{er}) est vrai en le vérifiant dans tous les cas possibles.

Il y a 6 dispositions possibles au départ pour les 3 cartes différentes :



Dans chacun de ces 6 cas, le six de pique arrive premier.

Exercice 10 – étape 3 (CM2)

Drôle de calculatrice

Réponse :

Sur la calculatrice, Gilliane fera 18 opérations, elle tapera successivement :

(+1) (×2) (+1) (×2) (+1) (×2) (+1) (×2) (+1) (×2) (×2) (+1) (×2) (+1) (×2) (+1) (×2) (×2)

On obtient : 1 2 3 6 7 14 15 30 31 62 124 125 250 251 502 503 1006 **2012**

On aurait aussi pu faire, au départ, (+1) (+1) (+1) (×2) (+1) (×2) (+1) (×2) (+1) (×2) (×2) (+1) (×2) (+1) (×2) (+1) (×2) (×2), on aurait alors eu le même nombre d'opérations

Justification :

En partant de 2 012, on divise par 2 (opération qui permet de se rapprocher plus rapidement de 0 que la soustraction d'une unité), on obtient 1 006, nombre pair que l'on peut encore diviser par 2 pour obtenir 503. Ce nombre 503 est impair, on retranche 1, on trouve 502 que l'on divise par 2 pour obtenir 251, Chaque fois que l'on obtient un nombre pair, on divise par 2, sinon, on retranche 1 avant de diviser par 2. On remonte ainsi la succession des opérations qui permet d'arriver jusqu'à 0. Pour rédiger la solution, on écrit, comme cela a été fait ci-dessus, la succession des opérations inverses

Nota bene : en partant de 0, si on commence par multiplier, on aura toujours 0 comme résultat. Il faut donc commencer par ajouter 1. Ensuite, si on multiplie tout le temps, on aura $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1\ 024$ et $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2\ 048$. 2 048 est supérieur à 2 012, on ne peut revenir en arrière, quant à 1 024, est trop loin de 2012 pour l'obtenir en ajoutant des 1 avec un minimum d'opérations.

$$\begin{aligned} 250 \div 2 &= 125 \\ 125 - 1 &= 124 \\ 124 \div 2 &= 62 \\ 62 \div 2 &= 31 \\ 31 - 1 &= 30 \\ 30 \div 2 &= 15 \\ 15 - 1 &= 14 \\ 14 \div 2 &= 7 \\ 7 - 1 &= 6 \\ 6 \div 2 &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0+1 &= 1 & 1 \times 2 &= 2 & 2+1 &= 3 & 3 \times 2 &= 6 & 6+1 &= 7 & 7 \times 2 &= 14 \\ 14+1 &= 15 & 15 \times 2 &= 30 & 30+1 &= 31 & 31 \times 2 &= 62 & 62 \times 2 &= 124 \\ 124+1 &= 125 & 125 \times 2 &= 250 & 250+1 &= 251 & 251 \times 2 &= 502 \\ 502+1 &= 503 & 503 \times 2 &= 1006 & 1006 \times 2 &= 2012. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 502 \div 2 &= 251 = 250 = 125 \\ 124 &= 62 \\ 31 &= \\ 30 &= 15 \\ 14 & \\ \hline 1 \times 2 &= 2 & 2 \times 2 &= \\ 1+1 &= 2+1=3 & 3 \times 2 &= 6+1=7 & 7 \times 2 &= 14+1= \\ 15 \times 2 &= 30+1=31 & 31 \times 2 &= 62 & 62 \times 2 &= 124+1= \\ 125 \times 2 &= 250+1=251 & 251 \times 2 &= 502+1= \\ 503 \times 2 &= 1006 \times 2 &= 2012 \end{aligned}$$

Exercices « Bonus »

Consigne commune aux niveaux CE2, CM1, CM2 :

Trouve le nombre manquant sur chaque lettre.

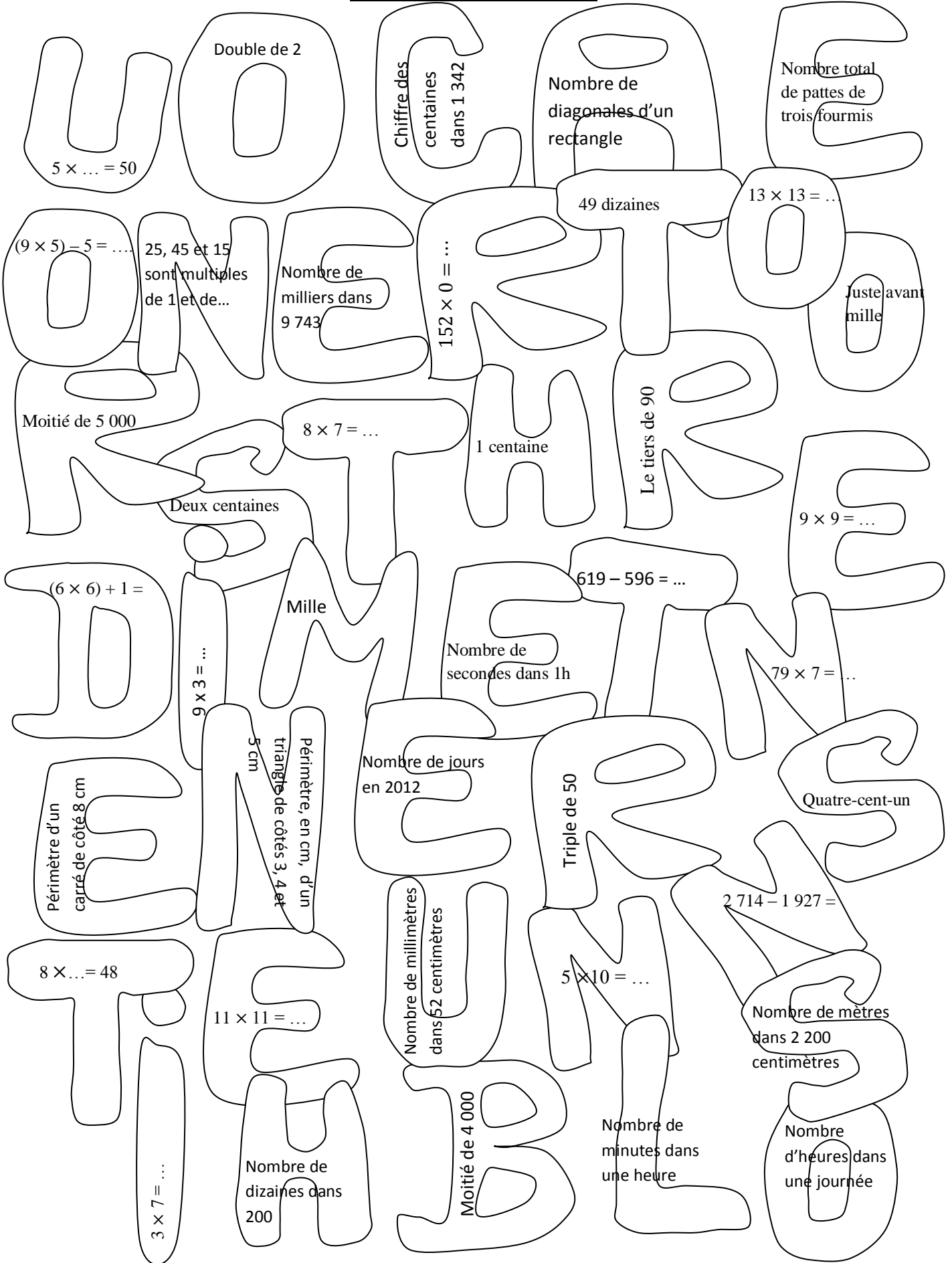
Ecris les lettres dans l'ordre croissant des nombres que tu as trouvés.

Seul change le niveau de difficultés des énoncés à l'intérieur des lettres.

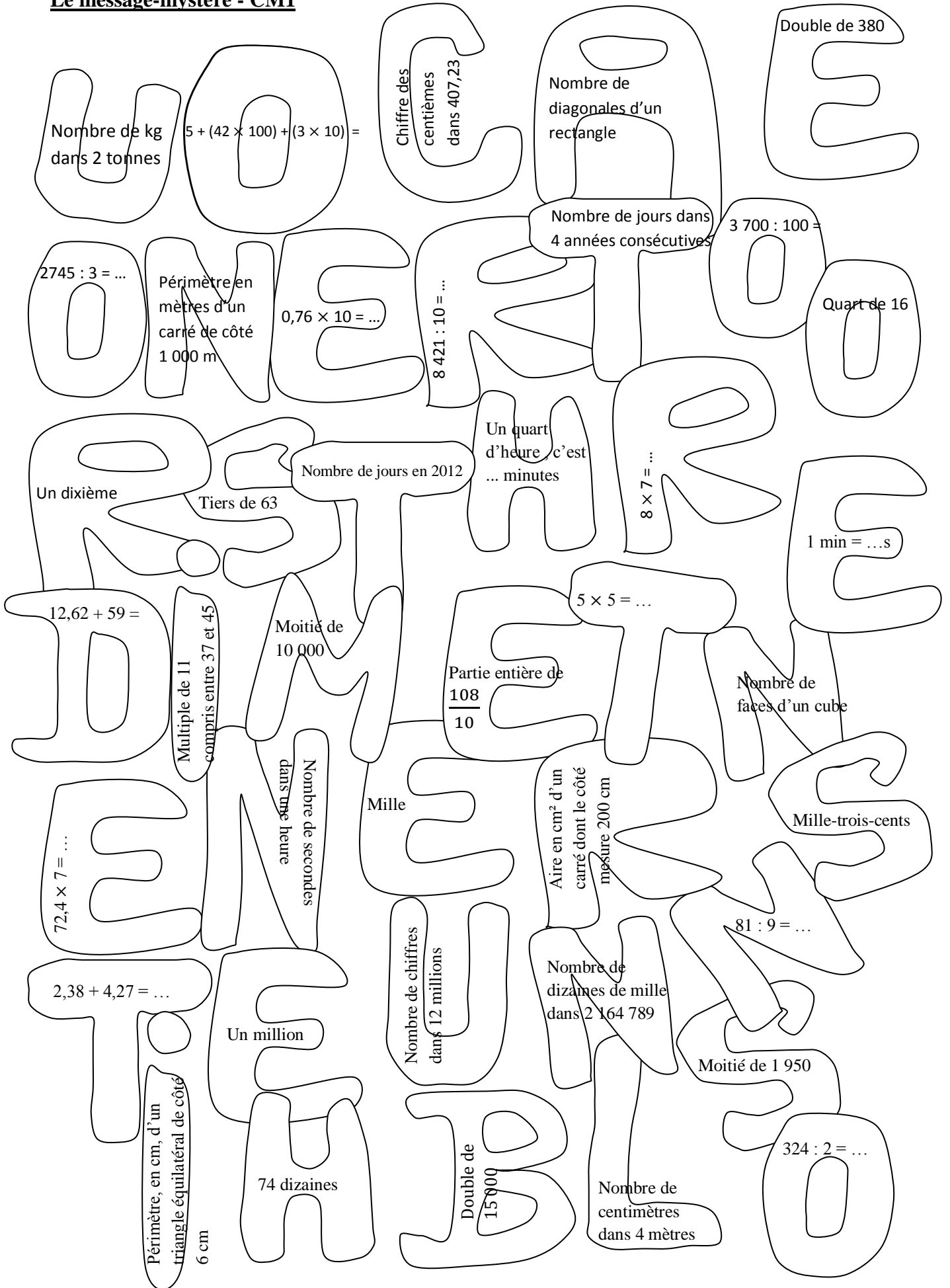
La phrase à trouver est la même pour tous les niveaux.

Nota bene : Cet exercice a été proposé en classe de 6^{ème} (avec des énoncés adaptés) :

Le message-mystère - CE2



Le message-mystère - CM1



Le message mystère - CM2

10,8 - 1,9 = ...

Quatre dizaines et deux unités

Nombre de sommets d'un losange

Nombre de diagonales d'un rectangle

4,8 + 1,2 = ...

Onze dizaines

Aire en cm² d'un carré de côté 11 cm

Un milliard

Périmètre en cm d'un triangle équilatéral de côté 0,5 cm

Nombre de minutes dans une demi-heure

2 × ... = 8,2

Un million

13 000 : 100 = ...

Le triple de 5

12,62 + 62 = ...

Le tiers de 63

Une centaine

10,3 × 10 = ...

4 × 4,5 = ...

Nombre de secondes dans une heure

1 410 : 10 = ...

Le dixième de 52

La moitié de neuf

Nombre de dizaines dans 120

Nombre de chiffres pour écrire un milliard

324 : 2 = ...

Nombre de jours dans une année bissextile

5 × ... = 2 625

Mille

7 × 79 = ...

Mille-deux-cent-trois

Nombre de minutes dans une journée

3 × 629,1 = ...

Partie entière de 56,2

53,8 × 3 = ...

100 × 100 = ...

100 × 100 = ...

14 000 / 100 = ...

0,6 × 1 000 = ...

Nombre de kilogrammes dans deux tonnes

La phrase à trouver est la même pour tous les niveaux :

Raconte une histoire dont le héros est un nombre.

Les résultats à trouver, pour chaque niveau sont :

	CE2	CM1	CM2
R	$152 \times 0 = 0$	1 dixième = 0,1	$0,5 \times 3 = 1,5$
A	2 diagonales	2 diagonales	2 diagonales
C	chiffre des centaines = 3	Chiffre des centièmes = 3	4 sommets
O	Double de 2 = 4	Quart de 16 = $16 : 4 = 4$	$2 \times 4,1 = 8,2$
N	Multiples de 5	6 faces pour un cube	Moitié de 9 = $9 : 2 = 4,5$
T	$8 \times 6 = 48$	$2,38 + 4,27 = 6,65$	Dixième de 52 = $52/10 = 5,2$
E	Nombre de milliers = 9	$0,76 \times 10 = 7,6$	$4,8 + 1,2 = 6$
U	$5 \times 10 = 50$	12 millions a 8 chiffres	$10,8 - 1,9 = 8,9$
N	$3 + 4 + 5 = 12$ (en cm)	$81 : 9 = 9$	Un milliard a 10 chiffres
E	$3 \times 6 = 18$	Partie entière de $108/10 = 10$	$120 = 12$ dizaines
H	$200 = 20$ dizaines	$\frac{1}{4}$ heure = 15 minutes (= $60 : 4$)	Triple de 5 = $15 \times 3 = 15$
I	$3 \times 7 = 21$	$6 \times 3 = 18$ (en cm)	$4 \times 4,5 = 18$
S	2 200 cm = 22 m	Tiers de 63 = $63 : 3 = 21$	$\frac{1}{3}$ de 63 = $63 : 3 = 21$
T	$619 - 596 = 23$	$5 \times 5 = 25$	$\frac{1}{2}$ heure = 30minutes (= $60 : 2$)
O	1 journée = 24 heures	$3\ 700 : 100 = 37$	4 dizaines + 2 unités = 42
I	$9 \times 3 = 27$	44 = multiple de 11 entre 37 et 45	Partie entière de 56,2 = 56
R	Tiers de 90 = $90 : 3 = 30$	$8 \times 7 = 56$	$12,62 + 62 = 74,62$
E	$8 \times 4 = 32$	1 minute = 60 secondes	1 centaine = 100
D	$(6 \times 6) + 1 = 37$	$12,62 + 59 = 71,62$	$10,3 \times 10 = 103$
O	$(9 \times 5) - 5 = 40$	$324 : 2 = 162$	11 dizaines = 110
N	$5 \times 10 = 50$	216 dizaines de mille	$11 \times 11 = 121$ (en cm ²)
T	$8 \times 7 = 56$	Nombre de jours en 2012 = 366	$13\ 000 : 100 = 130$
L	1 heure = 60 minutes	4 m = 400 cm	$14\ 000 : 100 = 140$
E	$9 \times 9 = 81$	$72,4 \times 7 = 506,8$	$1\ 410 : 10 = 141$
H	1 centaine = 100	74 dizaines = 740	$53,8 \times 3 = 161,4$
E	$11 \times 11 = 121$	Double de 380 = 760	$324 : 2 = 162$
R	Triple de 50 = $150 \times 3 = 150$	$8\ 421 : 10 = 842,1$	1 année bissextile = 366 jours
O	$13 \times 13 = 169$	$2\ 745 : 3 = 915$	4 m = 400 cm
S	2 centaines = 200	Moitié de 1 950 = $1\ 950 : 2 = 975$	$5 \times 525 = 2\ 625$
E	En 2012 il y a 366 jours	Mille = 1 000	$7 \times 79 = 553$
S	Quatre-cent-un = 401	Mille-trois-cents = 1 300	$0,6 \times 1\ 000 = 600$
T	49 dizaines = 490	4 années = 1 461 jours	Mille = 1 000
U	52 cm = 520 mm	2 t = 2 000 kg	Mille-deux-cent-trois = 1 203
N	$79 \times 7 = 553$	1 h = 3 600 s	$24 \times 60 = 1\ 440$
N	$2\ 714 - 1\ 927 = 787$	$1\ 000 \times 4 = 4\ 000$	$3 \times 629,1 = 1\ 887,3$
O	$1\ 000 - 1 = 999$	$5 + (42 \times 100) + (3 \times 10) = 4\ 235$	2 t = 2 000 kg
M	Mille = 1 000	Moitié de 10 000 = $10\ 000 : 2 = 5\ 000$	1 h = 3 600 s
B	Moitié de 4 000 = $4\ 000 : 2 = 2\ 000$	Double de 15 000 = $15\ 000 \times 2 = 30\ 000$	$100 \times 100 = 10\ 000$
R	Moitié de 5 000 = $5\ 000 : 2 = 2\ 500$	$200 \times 200 = 40\ 000$ (en cm ²)	1 million = 1 000 000
E	1 h = 3 600 s.	1 million = 1 000 000	1 milliard = 1 000 000 000

Grand mélange !

Un jour, lors d'une compétition de natation, les nombres ont décidé de se révolter. En effet, ils en avaient assez de rester accrochés sur le plongeoir, sans pouvoir bouger. Alors 1 a plongé, suivi de 2, puis 3, 4 et enfin 5. Dans l'eau ce fut une belle pagaille. On n'a pas pu classer les vrais nageurs, car les nombres, après leur baignade, se sont remis dans le désordre.

Encouragés par cet exemple, d'autres nombres ailleurs ont fait pareil. A l'école, les enfants n'avaient plus de notes car tout se mélangeait. Les maîtres et les maîtresses n'osaient plus donner de problèmes car les données numériques s'envolaient. Jusqu'au jour où même les nombres des horloges se sont mélangés et alors la Terre s'est mise à tourner à l'envers.

Heureusement, Superzéro est apparu. Il a réuni tous les nombres du monde et le Conseil des Nombres a décidé que tout le monde devait retrouver son rang.

Il n'y a plus que dans certains cahiers d'écoliers que, parfois, certains nombres tentent de glisser leur place !



Au secours !

C'est l'histoire d'un 0, de 5 et de 5 (des jumeaux).

Les deux 5 disent :

« Nous sommes perdus, nous allons mourir ! »

Le 0 répond :

« Mais non, je vais entre vous deux pour écrire S.O.S. et les secours vont le voir d'en haut. »

Une demi-heure plus tard :

« Eh ! Regardez, les secours nous ont vus ! Nous sommes sauvés. »

Remerciements aux classes ayant participé au Rallye sur cette première année.

Circonscription	Niveau	Ecole	Commune
AVDS	CM1-CM2	école élémentaire	Labergement-lès-Auxonne
	CM1-CM2	école élémentaire	Pluvault
Beaune	CM1-CM2	école élémentaire	Sainte Marie la Blanche
	CE2	école élémentaire	Sainte Marie la Blanche
	CM2	école élémentaire Les Remparts	Beaune
	CE2	école élémentaire Les Echaliers	Beaune
	CM1	école élémentaire Cité Verte	Seurre
Chatillon-sur-Seine	CM2	école élémentaire Joliot Curie	Montbard
	CM2	école élémentaire Louis Cailletet	Chatillon-sur-Seine
	CM1-CM2	école élémentaire Louis Cailletet	Chatillon-sur-Seine
Chenôve	CM1-CM2	école élémentaire Grands Crus	Chenôve
	CM1	école élémentaire Grands Crus	Chenôve
	CE2-CM1	école élémentaire Grands Crus	Chenôve
Dijon Centre	CE2-CM1	école élémentaire Petit Bernard	Dijon
	CM2	école élémentaire Valendons	Dijon
Dijon Nord	CM1-CM2	RPI	Grancey- le Château
	CE2	école élémentaire	Selongey
	CM1-CM2	école élémentaire	Selongey
	CM1-CM2	école élémentaire	Selongey
	CM1-CM2	école élémentaire	Selongey
Dijon Est	CE2	école élémentaire	Arc-sur-Tille
	CM2	école élémentaire Henri Vincenot	Varois-et-Chaignot
Dijon Ouest	CM2	école élémentaire Victor Hugo	Dijon
	CM1	école élémentaire	Pasques
Dijon Sud	CE2-CM1-CM2	école élémentaire	Quincey
	CM1-CM2	école élémentaire	Villebichot
Semur	CM2	école élémentaire	Pouilly-en-Auxois
	CM1	école élémentaire	Pouilly-en-Auxois
ASH	SEGPA	collège Fontaine des Ducs	Chatillon-sur-Seine

Membres du groupe rallye mathématique des écoles de Côte d'Or 2012

		
René BORDIN , IEN Dijon Centre Jacqueline CORTET , IMF école du Nord – Dijon Maria-Pia PALUMBO , CPC Dijon Nord Nathalie WOUSCHIL , IMF école Petit Bernard - Dijon	Pascal DURAND , animateur Dominique PARIZOT D'HOOGHE , coordonatrice RRS Echenon Muriel RACINE , directrice école La Maladière - Dijon	Françoise BERTRAND , professeure collège Les Franchises - Langres Marie-Noëlle RACINE , professeure retraitée