# RALLYE MATHEMATIQUE

# DE BOURGOGNE

# 2016 : 34[e] rallye


*Institut de Recherche Sur L'Enseignement des Mathématiques*

*Faculté Sciences Mirande - B.P. 47 870 - 21078 DIJON cedex*

*☎ 03 80 39 52 30 - Télécopie 03 80 39 52 39*

*e-mail "iremsecr@u-bourgogne.fr" – http://irem.u-bourgogne.fr*

Cette nouvelle édition du Rallye mathématique des lycées de Bourgogne a, une fois de plus, rencontré cette année un grand succès.
Ce défi collectif, organisé par l'IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) de l'Université de Bourgogne, est la démonstration que l'on peut apprendre, comprendre sous une forme attractive et ludique.
Avec le concours des enseignants des différents lycées de notre région, le soutien du Conseil régional de Bourgogne Franche-Comté ainsi que de l'Académie de Dijon, ce Rallye est désormais inscrit comme un rendez-vous incontournable dans l'année scolaire. Il est un élément structurant, donnant l'occasion aux lycéennes et aux lycéens de travailler en groupe.
Je tiens à les féliciter, toutes et tous pour avoir participé à ce Rallye mathématique. Discipline importante par elle-même mais aussi comme support d'autres disciplines, sa pratique favorise la réussite.
Je souhaite aussi remercier vivement toutes celles et tous ceux qui ont contribué à cette édition. Ce travail commun, auquel l'Université de Bourgogne est associée, démontre s'il en était besoin que la coopération entre les établissements, les services académiques, les collectivités ainsi que les entreprises est toujours facteur de réussite.
Au cœur de la recherche et de l'innovation, les mathématiques nous entourent chaque jour sans que nous n'y songions. Cette nouvelle édition contribue à donner aux lycéennes et aux lycéens une image attractive de cette matière. Je ne doute pas qu'elle donnera l'envie, pour certaines et certains, de poursuivre leurs études supérieures dans cette discipline à l'Université de Bourgogne.
Félicitations à toutes et tous !

**Alain BONNIN**
*Président de l'Université de Bourgogne*

« *Le jeu, c'est tout ce qu'on fait sans y être obligé* ». Cette citation de Marc Twain résumé assez bien le rallye mathématique de Bourgogne des lycées. D'abord parce que le rallye est avant tout un divertissement de l'esprit avant d'être perçu comme une suite de problèmes à résoudre. Ensuite parce que l'inscription au rallye est basée sur le volontariat, et parce que l'épreuve a lieu en dehors du temps scolaire. Enfin, le rallye permet aux lycéens de concourir à leur convenance par groupes d'affinité, qui n'obéissent pas forcément aux structures scolaires de la classe ni même de l'établissement. Les jeunes lycéens s'inscrivent et participent au rallye pour le plaisir de chercher et de travailler en groupe, essentiellement parce qu'ils ont le goût des mathématiques.

L'édition n° 34 du rallye mathématique des lycées de Bourgogne a parfaitement tenu ses promesses. Les énoncés, toujours aussi originaux et attractifs, n'ont pas déçu une fois de plus. Ces gourmandises mathématiques, qui ont osé cette année faire se côtoyer le menu d'un restaurant et une épreuve sportive, des oranges et un jeu de fléchettes, des ballons et un pluviomètre, sont attendues chaque année avec la même impatience par les amateurs de fantaisie, de jeux de mots, et surtout de beaux problèmes. La participation bien fournie, en augmentation cette année, est un signe fort de cette réussite : 771 lycéens volontaires, ce n'est pas rien. La bonne participation des quatre départements est un autre élément de satisfaction.

Le rallye donne l'occasion de passer un bel après-midi à ceux qui aiment les mathématiques. Les organisateurs de l'IREM et de tous les relais du rallye dans les lycées doivent en être remerciés. Les trois professeurs qui en sont les chevilles ouvrières depuis plusieurs années, Marc Champagne, Florian Plastre et Régis Quéruel, méritent une reconnaissance particulière, ainsi que Michel Lafond, le pionnier du rallye et mon complice pendant plus de 20 ans. Il reste à souhaiter que le goût des mathématiques suscite chez les jeunes protagonistes des vocations scientifiques, car les études de mathématiques mènent à coup sûr à des métiers passionnants, variés, où les jeunes filles ont toute leur place. Alors un grand bravo à tous les élèves, lauréats comme simple participants !

Robert FÉRACHOGLOU
Inspecteur d'académie,
Inspecteur pédagogique régional de mathématiques

Félicitations à tous les participants à cette 34ème édition du rallye, vous avez été cette année encore plus nombreux : 771 élèves provenant de 26 lycées de la Bourgogne. Avec une mention spéciale pour les équipes lauréates !

Le monde d'aujourd'hui est mathématique et ce rallye vous aidera, je l'espère, à devenir les metteurs en scène qui actionneront les rouages de demain. Grâce aux énigmes proposées, cette manifestation contribue à développer la curiosité, la logique, l'inventivité, le goût de la recherche et le travail en équipe : vous pouvez être pour quelques instants un ou une Sherlock Holmes en mathématiques ! Et peut-être, des « graines » de futurs chercheurs ou chercheuses en mathématiques !

Je remercie et félicite l'équipe de l'IREM de Dijon composée de Marc CHAMPAGNE, Michel LAFOND, Florian PLASTRE et Régis QUERUEL qui a organisé le rallye d'une main de maître : de la conception des sujets à l'organisation d'une remise des récompenses à l'Université, pour les lycéens de l'agglomération dijonnaise, en passant par la correction des copies et la rédaction de ce compte-rendu, c'est d'abord à eux que nous devons ce rallye.

Tous mes remerciements vont bien sûr également aux professeurs qui inscrivent leurs élèves et assurent le déroulement du rallye dans leur lycée et aux chefs d'établissement qui autorisent la mise en place de l'épreuve.

Je vous donne rendez-vous à la prochaine édition en espérant que vous allez être encore plus nombreux et motivés à résoudre de nouveaux défis !

Camelia Goga
Directrice de l'IREM

# ÉNONCÉS 2016

**❶ <u>À l'approche de la quarantaine</u>**

**Combien d'additions peut-on écrire au maximum avec les nombres entiers de 1 à 40 si les répétitions sont interdites ?**

Un départ <u>possible</u> est :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **1** | **+** | **2** | **=** | **3** |
| **4** | **+** | **5** | **=** | **9** |
| **6** | **+** | **7** | **=** | **13** |
| **8** | **+** | **10** | **=** | **18** |
| **11** | **+** | **12** | **=** | **23** |

…………………

**❷ <u>Au bon Coin-Coin</u>**

Dans ce restaurant, le menu comprend obligatoirement :

Une entrée [deux choix pour 4 € ou 6 €]
Un plat [quatre choix pour 7 € ; 8 € ; 9 € ou 11 €]
Un dessert [deux choix pour 5 € ou 9 €]

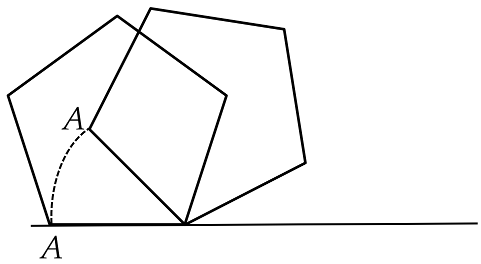
Ce soir-là, 13 clients ont tous pris un menu différent pour une recette globale de 259 €.

**Combien de « Canard aux figues » [plat à 8 €] ont été servis ?**

**❸ <u>Au Pentagone... ça roule</u>**

Sur une droite dans un plan donné, on fait basculer, dans le même sens, plusieurs fois de suite d'un cinquième de tour, un pentagone régulier de côté 1 mètre.

**Quelle est la distance parcourue par le sommet $A$ lorsqu'il se retrouve pour la première fois sur la droite ?**




**❹ <u>Épreuve au long cours</u>**

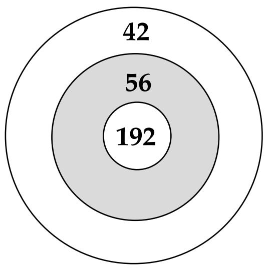
Des athlètes participent à une compétition constituée de 8 épreuves longues ($L1$, $L2$, … $L8$) et de 4 épreuves courtes ($C1$, $C2$, $C3$, $C4$).
Une table donnée ci-contre servira à comptabiliser les résultats obtenus.
Par exemple, le nombre qui sera inscrit dans la case située à l'intersection de la ligne $L4$ et de la colonne $C2$ est le nombre d'athlètes qualifiés à la 4ème épreuve longue et la 2ème épreuve courte.
Chaque athlète s'est qualifié sur 11 des 12 épreuves. La somme des nombres inscrits dans la table est 256.

| | $C1$ | $C2$ | $C3$ | $C4$ |
|---|---|---|---|---|
| $L1$ | | | | |
| $L2$ | | | | |
| $L3$ | | | | |
| $L4$ | | | | |
| $L5$ | | | | |
| $L6$ | | | | |
| $L7$ | | | | |
| $L8$ | | | | |

**Combien d'athlètes ont participé à cette compétition ?**

**❺ <u>Darts Valor 2016</u>**

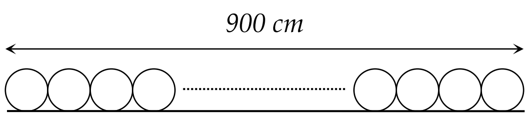
Trois amis jouent à un jeu de fléchettes. Ils disposent chacun d'autant de fléchettes qu'ils le désirent.
Un joueur gagne la partie s'il réalise 2016 points en atteignant au moins une fois chacune des zones de la cible.
Les trois amis constatent à la fin du jeu avoir tous les trois gagné leur partie mais en utilisant chacun un nombre de fléchettes différent.




**Comment est-ce possible ?**

**❻ <u>Ne nous emballons pas</u>**

On dispose de gros ballons de rayon 32 cm et de petits ballons de rayon 18 cm.
Si par exemple on aligne sur le sol, en les accolant, 25 petits ballons, la longueur totale est de 900 cm.

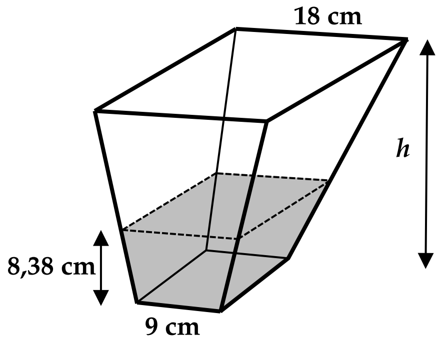



**Est-il possible <u>en utilisant les deux types de ballons</u> et en les alignant accolés d'obtenir encore 900 cm de longueur totale <u>en commençant et finissant par un petit ballon</u> ? Si oui, comment ?**

**❼ Une nuit de pluie**

Au laboratoire de climatologie de l'Université on dispose d'un pluviomètre à mesure laser, permettant de mesurer très finement les précipitations. Il a la forme d'un tronc de pyramide dont les bases sont deux carrés de côtés 9 et 18 cm.

Dans la nuit, il est tombé dans le pluviomètre ci-contre 8,38 cm d'eau. En vidant le pluviomètre, on récupère un litre d'eau.




**Quelle est la hauteur $h$ du pluviomètre à 0,01 cm près ?**

**❽ Pas de quartier**

On a 9 oranges d'un poids total de 900 g. Chacune pèse entre 98g et 102g. On dispose d'une balance à plateaux, permettant seulement de comparer deux poids.

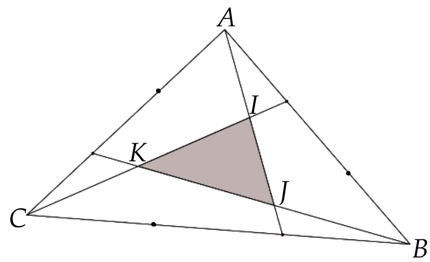
**Comment faire pour obtenir 500 g d'oranges à 1 g près ?**

[Bien entendu, il n'est pas question de couper une orange].

**❾ Triangul'Aire**

Les côtés du triangle $ABC$ sont partagés en trois segments de même longueur comme sur la figure ci-contre.

Le triangle $IJK$ a une aire de 288.




**Quelle est l'aire de $ABC$ ?**

| Exercice | Solution |
|---|---|
| 1. A l'approche de la quarantaine | Il y a de nombreuses solutions. On peut écrire 13 sommes au maximum. |
| 2. Au bon Coin-Coin | Douze canards aux figues ont été commandés. |
| 3. Au pentagone … ça roule | Le point A a parcouru au total $2 \times \frac{2\pi}{5} + 2 \times \frac{4\pi}{5}\cos(36°) \approx 6{,}58$ m. |
| 4. Epreuve au long cours | Il y a 10 athlètes à cette compétition. |
| 5. Darts Valor 2016 | Il y a trois manières de réaliser 2016 points :<br>$7 \times 192 + 3 \times 56 + 12 \times 42 = 2016$<br>$7 \times 192 + 6 \times 56 + 8 \times 42 = 2016$<br>$7 \times 192 + 9 \times 56 + 4 \times 42 = 2016$ |
| 6. Ne nous emballons pas | Il existe de nombreuses solutions (cf corrigé détaillé). |
| 7. Une nuit de pluie | Le pluviomètre a pour hauteur 20,16 cm à 0,01 cm près. |
| 8. Pas de quartier | Une fois les oranges rangées par ordre de poids croissants, il suffit d'en prendre une sur deux. |
| 9. Triangul'Aire | Le triangle $ABC$ a pour aire 2016. |

# 2. LA PARTICIPATION

Le **34**ème Rallye mathématique de Bourgogne des lycées s'est déroulé le mercredi 20 janvier 2016.
Il a concerné :

**26 lycées** **238 équipes** **771 participants**.

Voici l'évolution de la participation ces dernières années :

| Année | **Côte d'Or** | **Nièvre** | **Saône et Loire** | **Yonne** | **Total des participants** |
|---|---|---|---|---|---|
| 2008 | 266 | 139 | 255 | 108 | **768** |
| 2009 | 371 | 74 | 181 | 97 | **723** |
| 2010 | 303 | 82 | 226 | 101 | **712** |
| 2011 | 281 | 122 | 145 | 90 | **638** |
| 2012 | 304 | 104 | 140 | 30 | **578** |
| 2013 | 298 | 134 | 84 | 34 | **550** |
| 2014 | 263 | 131 | 148 | 39 | **589** |
| 2015 | 309 | 198 | 149 | 49 | **705** |
| 2016 | 365 | 180 | 154 | 72 | **771** |

Les effectifs par lycée et par niveau sont récapitulés ci-après.

**Niveau I :** secondes
**Niveau II :** premières et terminales non scientifiques
**Niveau III :** premières S
**Niveau IV :** terminales S

| | **Lycées** | **Equipes** | | | | | **Participants** | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III | IV | **Total** | I | II | III | IV | **Total** |
| **Côte d'or 8 lycées** | Marey - BEAUNE | 2 | 0 | 0 | 1 | **3** | 3 | 0 | 0 | 3 | **6** |
| | Stephen Liegeard - BROCHON | 3 | 2 | 6 | 4 | **15** | 10 | 5 | 21 | 13 | **49** |
| | Gustave Eiffel - DIJON | 8 | 0 | 8 | 6 | **22** | 30 | 0 | 29 | 21 | **80** |
| | Carnot - DIJON | 7 | 1 | 4 | 3 | **15** | 20 | 4 | 12 | 12 | **48** |
| | Saint Benigne - DIJON | 6 | 0 | 1 | 0 | **7** | 19 | 0 | 4 | 0 | **23** |
| | Charles de Gaulle - DIJON | 7 | 0 | 4 | 9 | **20** | 22 | 0 | 13 | 33 | **68** |
| | Saint Joseph - DIJON | 8 | 2 | 5 | 5 | **20** | 26 | 8 | 18 | 18 | **70** |
| | Anna Judic - SEMUR EN AUXOIS | 3 | 0 | 3 | 1 | **7** | 8 | 0 | 10 | 3 | **21** |
| **Nièvre 4 lycées** | Romain Rolland - CLAMECY | 2 | 8 | 2 | 2 | **14** | 8 | 26 | 8 | 7 | **49** |
| | Maurice Genevoix - DECIZE | 6 | 1 | 2 | 2 | **11** | 18 | 3 | 5 | 8 | **34** |
| | Alain Colas - NEVERS | 8 | 0 | 6 | 5 | **19** | 26 | 0 | 21 | 17 | **64** |
| | Jules Renard - NEVERS | 1 | 0 | 6 | 3 | **10** | 4 | 0 | 21 | 8 | **33** |
| **Yonne 5 lycées** | Jacques Amyot - AUXERRE | 2 | 1 | 0 | 1 | **4** | 5 | 3 | 0 | 4 | **12** |
| | Parc des Chaumes - AVALLON | 2 | 0 | 2 | 0 | **4** | 8 | 0 | 7 | 0 | **15** |
| | Joseph Fourier - AUXERRE | 6 | 0 | 2 | 0 | **8** | 18 | 0 | 3 | 0 | **21** |
| | Henri Parriat – MONTCEAU LES M. | 1 | 1 | 1 | 0 | **3** | 3 | 1 | 3 | 0 | **7** |
| | Chevalier d'Eon - TONNERRE | 1 | 2 | 2 | 1 | **6** | 3 | 4 | 6 | 3 | **16** |
| | Catherine et Raymond Janot - SENS | 3 | 0 | 0 | 0 | **3** | 8 | 0 | 0 | 0 | **8** |
| **Saône et Loire 8 lycées** | Lycée militaire - AUTUN | 10 | 1 | 0 | 2 | **13** | 33 | 2 | 0 | 7 | **42** |
| | Mathias - CHALON SUR SAÔNE | 1 | 1 | 0 | 0 | **2** | 2 | 1 | 0 | 0 | **3** |
| | N. Niepce - CHALON SUR SAÔNE | 2 | 0 | 1 | 0 | **3** | 7 | 0 | 3 | 0 | **10** |
| | La Prat's - CLUNY | 1 | 0 | 3 | 0 | **4** | 4 | 0 | 12 | 0 | **16** |
| | Léon Blum - LE CREUSOT | 7 | 0 | 0 | 0 | **7** | 25 | 0 | 0 | 0 | **25** |
| | Lamartine – MACON | 1 | 0 | 2 | 0 | **3** | 4 | 0 | 5 | 0 | **9** |
| | Notre Dame Ozanam - MACON | 6 | 0 | 2 | 0 | **8** | 16 | 0 | 6 | 0 | **22** |
| | Gabriel Voisin - TOURNUS | 5 | 1 | 1 | 0 | **7** | 14 | 3 | 3 | 0 | **20** |
| | **TOTAL** | 109 | 21 | 63 | 45 | 238 | 344 | 60 | 210 | 157 | **771** |

# 3. L'ORGANISATION

L'IREM (Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques), dépendant de l'Université de Bourgogne, est l'organisateur du rallye.
Le financement est assuré par l'APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public) et l'IREM.
L'élaboration des sujets et la correction des copies sont assurées dans le cadre de l'IREM par : Marc CHAMPAGNE, Michel LAFOND, Florian PLASTRE et Régis QUERUEL.
Quatre autres personnes ont participé au choix définitif des sujets : Laurent BANDERIER, Robert FERACHOGLOU, Frédéric LEMASSON, Maurice NUSSBAUM.

Il faut remercier tout spécialement :
Monsieur le Recteur de l'Académie de Dijon, Mesdames et Messieurs les Chefs d'Établissement, Adjoints et CPE, qui ont autorisé et permis la mise en place du Rallye.
Robert FERACHOGLOU, IA-IPR de mathématiques, qui a accepté de cobayer le sujet.
Camélia GOGA, Directrice de l'IREM.
Tous les professeurs qui ont bénévolement assuré l'organisation matérielle du Rallye dans leur établissement et la surveillance de l'épreuve.
Fouziya MOUSTAKIM, qui est responsable à l'IREM de la "logistique" du Rallye et de la publication de cette brochure.
Tous ceux qui ont bien voulu chercher les problèmes posés et nous faire part de leurs idées, par courrier, par la presse régionale ou par Internet.
Et bien évidemment les 771 Bourguignons qui ont travaillé durement.

# 4. LA RÉUSSITE

| Exercice | Nombre d'équipes | Proportion d'équipes ayant abordé le problème | Proportion d'équipes ayant donné la bonne réponse |
|---|---|---|---|
| 1. A l'approche de la quarantaine | 130 | 97% | 20% |
| 2. Au bon coin-coin | 130 | 98% | 77% |
| 3. Au pentagone … ça roule | 130 | 93% | 8% |
| 4. Epreuve au long cours | 238 | 79% | 49% |
| 5. Darts Valor 2016 | 238 | 92% | 67% |
| 6. Ne nous emballons pas | 238 | 95% | 12% |
| 7. Une nuit de pluie | 108 | 78% | 21% |
| 8. Pas de quartier | 108 | 90% | 3% |
| 9. Triangul'Aire | 108 | 72% | 0% |

**Les meilleures équipes sont :**

Niveau I (secondes)

**L'équipe : [Plancia Kristen – Bert Samantha – Boisseau Thibaut – Matos José]**
**du lycée Anna Judic de Semur en Auxois avec 48 points sur 60.**

Niveau II (premières et terminales non scientifiques)

**L'équipe : [Kasnik Jan – Lamaurie Clément – Le Grand Cyprien – Courbon Gabriel]**
**du lycée Carnot avec 50 points sur 60.**

Niveau III (premières S)

**L'équipe : [Mouillon Baptiste – Morizot Marvin – Moniot Florian – Mullatier Lucas]**
**du lycée Gustave Eiffel avec 34 points sur 60.**

Niveau IV (terminales S)

**L'équipe : [Boireaud Léonard – Lallement Camille – Masuyer Aurélien – Rohan Agathe]**
**du lycée Carnot de Dijon avec 43 points sur 60.**

**Nous déclarons meilleure équipe du rallye 2016**

**Kasnik Jan – Lamaurie Clément – Le Grand Cyprien – Courbon Gabriel**
**du lycée Carnot de Dijon**

## 5. LE PALMARÈS

*Seules les équipes de moins de 5 élèves seront récompensées*

*Secondes*

| | | |
|---|---|---|
| 1 | PLANCIA Kristen - BERT Samantha - BOISSEAU Thibaut - MATOS José | Lycée Anna Judic |
| 2 | MARTIGNÉ Margot - GOULINET Théo | Lycée Maurice Genevoix |
| 3 | BAZIN Eugénie - GAL Manon - VERNET Gabrielle | Lycée Carnot |
| 4 | CONTET Clément - DIAFERIA Théo – MAILLARD Hugo - HOFFSTETTER Julie | Lycée Charles de Gaulle |
| 5 | GRASSI Léa - GRASSI Camille - BRENOT Jeanne - GOUOT Solène | Lycée Saint Joseph |
| 6 | DECHER Nathan - THUILLARD Tony | Lycée Notre Dame Ozanam |
| 7 | XU Franck - PHAN VAN Léo - BERTIN Félix | Lycée Carnot |
| 8 | TAIEB Antonin - RENIAUD Félix – MEUNIER Victor - BOUILLIN Matteo | Lycée La Prat's |
| 9 | ARNAUD Thibaud - MORNAT Pierre - BADON Clément - VAISON Hugo | Lycée Léon Blum |
| 10 | BERGTHOLD Mia - BORDEAUX Timothée – FAZILLEAU Florian - ZAPPA Marie | Lycée du Parc des Chaumes |
| 11 | FERRON Guillaume - FLORES Hugo – DECRETTE-GUERIN Maëva - DURAND Margot | Lycée Lamartine |
| 12 | AFONSO Corentin - MALLET Auregan - PINEAU Côme | Lycée Saint Joseph |
| 13 | BOUCHE Lilou - TAVERNE Félicien | Lycée militaire d'Autun |
| 14 | PETIT JACQUIN Armanel - GAUDET Antoine – CAMBILLARD Alexis - FLAMAND Maxime | Lycée Saint Joseph |
| 15 | MAGNIOL Eli - FONTAINE Nicolas – GODART Lilian - BREUGNOT Nicolas | Lycée Romain Rolland |
| 16 | LHUILLIER Edgar - MOURIER Tom | Lycée Saint Joseph |
| 17 | ALLARD Antoine - CHARLES Paul – NASARRA ET BARA Valentin - VASSAL Rémi | Lycée militaire d'Autun |
| 18 | TATLI Fatma - SAUVAGE Manon – RENAUDIN Clotilde - MICHELINI Lucie | Lycée Alain Colas |
| 19 | GODARD Baptiste - MORCHESE Samuel - CHAPERONT Pierre | Lycée Saint Joseph |
| 20 | PARISOT Eléonore - GUO Sylvain - LEQUIN Clément | Lycée Saint Joseph |

*Premières et terminales non scientifiques*

| | | |
|---|---|---|
| 1 | KASNIK Jan - LAMAURIE Clément – LE GRAND Cyprien - COURBON Gabriel | Lycée Carnot |
| 2 | DE LA BROSSE Augustin - BEAURAIN Marie – DE OLIVEIRA Floriane - DELETRE Coline | Lycée Saint Joseph |
| 3 | Louis MANIEZ-SCHATTNER | Lycée Stephen Liegeard |
| 4 | MIRET Alizée - BORDET Julie - POUCHELET Elise | Lycée Maurice Genevoix |
| 5 | LEURON Hortense - CHÂTEAU Lucie – BIANCHIN Matthieu - CELLIER Louis | Lycée Saint Joseph |
| 6 | LEVAUX Damien - OLIVEIRA Arnaud - AUBERT Robin - DE MENIS Andrea | Lycée Romain Rolland |
| 7 | BRIET Louise - GUILLEMINOT Virginie - TARDIVON Lucie | Lycée Romain Rolland |

*Premières scientifiques*

| | | |
|---|---|---|
| 1 | MOUILLON Baptiste - MORIZOT Marvin –<br>MONIOT Florian - MULLATIER Lucas | Lycée Gustave Eiffel |
| 2 | NETO Maryne - PAUTRAT Olivier - SERRURIER Camille | Lycée du Parc des Chaumes |
| 3 | TORT Alice - GAUTHE Maëlys –<br>CONTI-LESLIE Tom - MARTIN Augustin | Lycée Charles de Gaulle |
| 4 | GRONDIN Félix - CRESPIN Florence - ESCRIG Michel | Lycée Charles de Gaulle |
| 5 | COLLIN Laura - LAFFITE Noémie - LOUSSON Arthur - PACH Cédric | Lycée Saint-Bénigne |
| 6 | GRESSET Matthieu - RAYBOIS Alexandre –<br>STEIB Julien - GUICHARD Pierre | Lycée Gustave Eiffel |
| 7 | COLPART Louis - JEANELLE Hugo –<br>PROST Mathieu - TRIOMPHE Tommy | Lycée La Prat's |
| 8 | MAGNI Florian - NOURRY Thomas –<br>LISZCZYNSKI Nicolas - GALVIN Pierre | Lycée Alain Colas |
| 9 | AMIOTTESUCHET Alex - BAYLE Ernest –<br>SOUYRI Tanguy - CHARBONNET Natoo | Lycée Carnot |
| 10 | ERUIMY Margaux - HAMMAMI Mohamed –<br>PIERRE Alexandre - RIANT Pierre | Lycée Saint Joseph |
| 11 | RIVIERE Anne-Laure - VOLEJNIK Andrej - MONTAGNON Clara | Lycée Carnot |
| 12 | LAURENT Yann - BRE Guillaume - REVENEAU Jarod | Lycée Maurice Genevoix |
| 13 | ARMAND Julie - LESEUR-PERRIN Vanille –<br>RENAUD Esteban - WALLENGREN Emma | Lycée Charles de Gaulle |
| 14 | GACHET Héloise - DUPIC Alexandra - AUTHLER Apolline | Lycée Carnot |
| 15 | FLEISCH--VIARD Clara - ANDRE Elea –<br>CORBIER Valentin - SANDRE Marie | Lycée Jules Renard |
| 16 | Eva LANIER - Maud CAIROL - Dana ZILBERBERG - Laura LANZINI | Lycée Stephen Liegeard |
| 17 | DORE Arthur - RAJOT Auguste - AUJOGUES Marin - BENON Lucas | Lycée La Prat's |

*Terminales scientifiques*

| | | |
|---|---|---|
| 1 | BOIREAUD Léonard - LALLEMENT Camille –<br>MASUYER Aurélien - ROHAN Agathe | Lycée Carnot |
| 2 | DURANTE Etienne - SINZELLE Robin –<br>BUZER Thomas - ROUSSELOT Axel | Lycée Gustave Eiffel |
| 3 | NAPIOT Mathilde - IANDIORIO Elise - BLAISE Léo - BRIDOU Arnaud | Lycée Maurice Genevoix |
| 4 | PORTIER Constance - GOUNOT Louis –<br>PETRIC Lisa - TCHURUKDICHIAN Alexandre | Lycée Saint Joseph |
| 5 | CURTIL Théodore - MARC Maximilien –<br>COMBES Aurélien - ZAIMI Abdelssalam | Lycée Saint Joseph |
| 6 | BLET Valentin - GRENIER Cellestin –<br>CRITON Damien - HUGUENOT Rémi | Lycée Gustave Eiffel |
| 7 | COLLANGE Nathan - CABANAT Tom | Lycée Jules Renard |
| 8 | GONI Mickaël - POITOU Corentin - OLIVIER Diane | Lycée Gustave Eiffel |
| 9 | PATEL Nilesh - GUERIN Thomas - LEMEITER Eloïse | Lycée Chevalier d'Eon |
| 10 | BANDERIER Justine - SAUVAGEOT Charlotte –<br>BOMBARDELLI Jeanne - BOURGEOIS Slava | Lycée Charles de Gaulle |
| 11 | Alexandre LUCAT - Clément MAGNIOL –<br>Louis JACOTOT - Erwan BRUNEAU | Lycée Stephen Liegeard |
| 12 | GOLDITÉ Valentin - JACOTOT Louis-Nicolas - BAUDIOT Maxence | Lycée Marey |
| 13 | POTEL Nicolas - GUYOT Pierre - WILMO Maël | Lycée Jules Renard |
| 14 | PINEAU Paul - CABRILLANA Alban - LESPINASSE Jérémie | Lycée Saint Joseph |

**Élèves cités, non récompensés.**

*Secondes*

| | |
|---|---|
| Matteo MARTEAU - Félix LANGLOIS - Othman IBRAL | Lycée Stephen Liegeard |
| LATASSE Zahrah – KIENY Sarah – MOUBARKI Yasmine | Lycée Henri Parriat |
| MIGNOTTE Paul - GERBENNE Jérémie – GODARD Maxime - OUSGHIR Naofel | Lycée Gustave Eiffel |
| KOULAGUINE Nikita - RAKOTOMALALA Elise - CHAMPONNOIS Geoffrey | Lycée Charles de Gaulle |
| DANTZER Mathis - COLLOVRAY Calvin - COLLIANDRE Loris | Lycée Notre Dame Ozanam |
| BOLS Elise - BRUGIER Paul - CASTEL Florian - LOUE Nathanaëlle | Lycée Eiffel |
| FERTAT Adrien - SAINT-LOUIS Anaïs - HEBERT Baptiste | Lycée Saint-Bénigne |
| BARBEY Lucie - NIZET Elise - DALDEGAN Gaëlle | Lycée Charles de Gaulle |
| GALIBERT Camille - AUGIER Estelle - FADEL Imane | Lycée Carnot |
| PRONNIER Yannis - RAYMOND Yann - BERNIGAUD Mathys | Lycée Maurice Genevoix |
| MUSSILLON Laurie - BOUZID Asmae - LEREUIL Eva | Lycée Gustave Eiffel |
| MAILLOT Camille - GANEE Lou-Anne – GIERCZAK Constantin - JUNGHANS Kira | Lycée Charles de Gaulle |
| BAR Tom - FLICOURT Aurélien - QUESADA Floriane - BOUNSAVATH Alexy | Lycée Léon Blum |

*Premières et terminales non scientifiques*

| | |
|---|---|
| MONNIN Héloïse - CHENAIE Chloé – BUCHEZ-MIROL Sarah - KALUNDA Merveille | Lycée Romain Rolland |
| MANSANTI Camille - DUCORNET Morgane | Lycée Chevalier d'Eon |
| RAMEAU Léa - ROUSSEAU Jade - MILLARD Olivia - ABDULBAKI Hélin | Lycée Romain Rolland |
| DANJOU Yohan - ANGER Quentin | Lycée militaire d'Autun |
| CHEVILLARD Ophélie - ESCLAVY Sarah | Lycée Chevalier d'Eon |

*Premières scientifiques*

| | |
|---|---|
| SALIVE Rémi - FROIDUROT Valentin - ALBERTINI Arthur - LORIOT Vivien | Lycée Anna Judic |
| RAYNAUD Aurélien - PENIGOT Etienne - CATHERIN Julien | Lycée Gabriel Voisin |
| PRED Aileann - MERLE Denis - PERGET Théo - TABANELLI Hugo | Lycée Jules Renard |
| BENOIT Marie-Charline - LEBRETON Marine – LEBRETON Maxime - DEBRABANT Corentin | Lycée du Parc des Chaumes |
| JUBERT Camille - BERTRAND Alexis - LATAPIE Romain - PISO Hanna | Lycée Romain Rolland |
| BONNOT Théotime - CHEVALIER Maxence – NICOLLE Clément - PONGE Antoine | Lycée Romain Rolland |
| RIBEIRO Samuel - COUDURIER-CURVEUR Guillaume | Lycée Lamartine |
| VINDY-MARCEL Simon - PERRIN Clément – ERUIMY Victor - ISHOW Alexander | Lycée Saint Joseph |
| GORET Keiya - AUDEOUD Armand - GIVET Lola - FAURE Marine | Lycée Saint Joseph |
| MULOT Lendy - SEROUL Brayan - DECHANET Alexandre | Lycée Chevalier d'Eon |
| BADET Julie - LEGER Clémentine - ISSAIENE Milouda - SIGURET Océane | Lycée Alain Colas |
| JAN Lucie - LEGRAND Mathilde - PHILIPS Justine | Lycée Saint Joseph |

*Terminales scientifiques*

| | |
|---|---|
| RIGAUT Ulysse - FORNONI Jean-Baptiste – FIQUET Jean-Baptiste - DUBOIS Vincent | Lycée Jacques Amyot |
| KOUAMELA Naomie - LIGNIER Marie - CLOUZEAU Emilie | Lycée Anna Judic |
| JACOB Marine - AUBERT Maxime - LORENTE Camille | Lycée Jules Renard |
| CRETIER Romain - TECHE Sammy - HEBRARD Jules - ROUSSAT Adélie | Lycée Maurice Genevoix |
| CARRIERE Chloé - HODAR Armand - BENOIT Benjamin - MOUCHON Elliot | Lycée Charles de Gaulle |
| CORNIN Jade - BALSON Mélanie - STATIUS Matthieu | Lycée Charles de Gaulle |
| MARGELIDON Alex - OVIDE Honorine – NAVARRO Claire - VADROT Sidonie | Lycée Alain Colas |
| BOLDOR Lucia - PIATKOWSKI Claire – KOPPE REGAMOUNDSOU Mélissa - HOVHANNISYAN Meri | Lycée Charles de Gaulle |
| DELAFOND Arthur - DBIGARNE Nicolas – CHAUGNY Alex - JAVOUHEY Alice | Lycée Carnot |

# 6. LE CORRIGÉ

**❶ <u>À L'APPROCHE DE LA QUARANTAINE</u>**

L'addition $a + b + c = d$ consomme quatre nombres ce qui n'est pas souhaitable (pour réaliser un maximum d'additions, il est préférable d'utiliser un minimum de nombres par addition).
On a trois nombres par addition.

$\frac{40}{3} \approx 13{,}3$

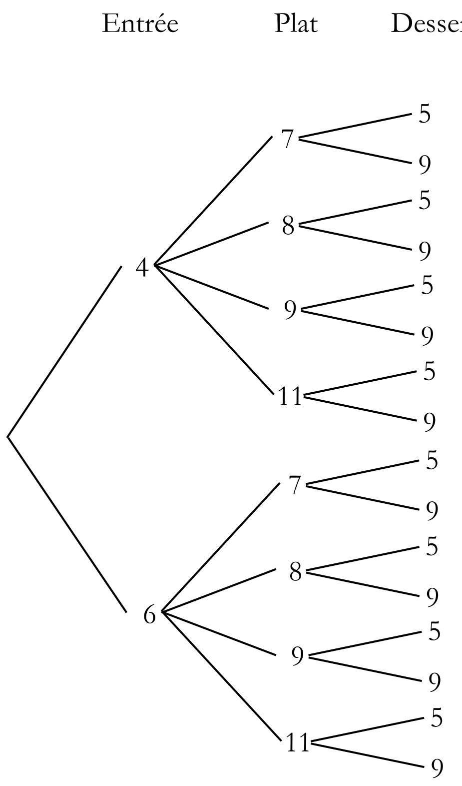
Donc le nombre maximum théorique d'additions est 13.
Or ce maximum est atteint avec les 13 additions ci-dessous dans lesquelles tous les entiers de 1 à 40 sont utilisés (sauf 34) :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | + | 20 | = | 21 |
| 3 | + | 19 | = | 22 |
| 5 | + | 18 | = | 23 |
| 7 | + | 17 | = | 24 |
| 9 | + | 16 | = | 25 |
| 11 | + | 15 | = | 26 |
| 13 | + | 14 | = | 27 |
| 2 | + | 33 | = | 35 |
| 4 | + | 32 | = | 36 |
| 6 | + | 31 | = | 37 |
| 8 | + | 30 | = | 38 |
| 10 | + | 29 | = | 39 |
| 12 | + | 28 | = | 40 |

*Remarques :* *La solution n'est pas unique.*
*Il est indispensable de déterminer le nombre maximum théorique d'additions.*

*En comprenant différemment l'énoncé, on peut aussi proposer la solution suivante :*
*39 +1 = 38 + 2 = 37 + 3 = 36 + 4 = 35 + 5 = 34 + 6 = 33 + 7 = 32 + 8 = 31 + 9 = 30 + 10 = 29 + 11 = 28 + 12 = 27 + 13 = 26 + 14 = 25 + 15 = 24 + 16 = 23 + 17 = 22 + 18 = 21 + 19 = 40.*
***Cette solution a été proposée par l'équipe [Théo Goulinet – Margot Martigné] du lycée Genevoix.***

**❷ <u>Au bon Coin-Coin</u>**




Total

4 + 7 + 5 = 16
4 + 7 + 9 = 20
4 + 8 + 5 = 17
4 + 8 + 9 = 21
4 + 9 + 5 = 18
4 + 9 + 9 = 22
4 + 11 + 5 = 20
**4 + 11 + 9 = 24**
6 + 7 + 5 = 18
6 + 7 + 9 = 22
6 + 8 + 5 = 19
**6 + 8 + 9 = 23**
6 + 9 + 5 = 20
**6 + 9 + 9 = 24**
6 + 11 + 5 = 22
**6 + 11 + 9 = 26**

Il y a 2 × 4 × 2 = 16 menus possibles :
Le prix total de ces 16 menus est égal à 332 €.
Donc les 3 menus <u>qui n'ont pas été pris</u> ont un prix total de 332 – 259 = 73 €.
La seule façon de totaliser 73 en trois menus est 73 = 26 + 24 + 23.
Si on observe les résultats grisés, cela correspond aux deux commandes :

(6 + 11 + 9) + (6 + 9 + 9) + (6 + 8 + 9) ou (6 + 11 + 9) + (4 + 11 + 9) + (6 + 8 + 9)

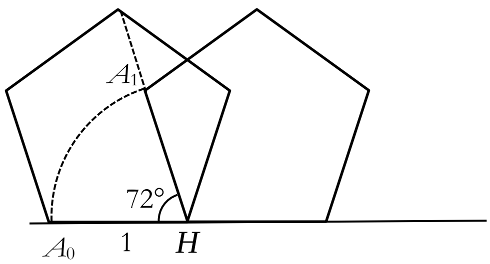
Dans les deux cas, un plat à 8 € est inclus.
Donc 13 – 1 = **12 canards aux figues ont été commandés**.

**❸ Au pentagone … ça roule**

***Solution proposée par l'équipe [Arnaud Thibaud – Badon Clément- Mornat Pierre – Vaison Hugo] du lycée Léon Blum***

Lors du premier basculement : le point $A$ parcourt un cinquième du cercle de rayon $HA_0 = 1$ m.

Soit $\frac{2\pi}{5}$ m.



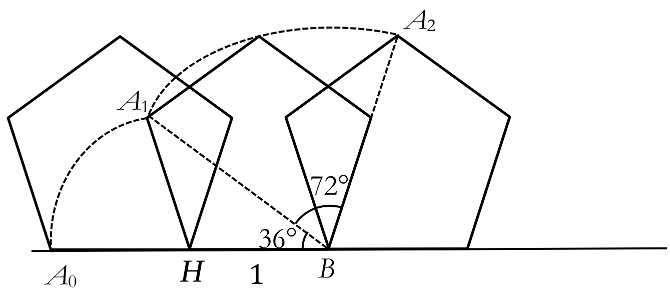

Lors du deuxième basculement, le point $A$ parcourt un cinquième du cercle de rayon $BA_1$.

Soit $\frac{1}{5} \times 2\pi \times BA_1$.

Le triangle $A_1HB$ est isocèle en $H$ donc $\cos(36°) = \dfrac{\frac{A_1B}{2}}{HB}$

Donc $A_1B = 2\cos(36°)$

Ainsi, $A$ parcourt $\frac{4\pi}{5}\cos(36°)$




Les deux derniers basculements sont les symétriques des deux premiers.

Au total, $A$ a parcouru : $2 \times \frac{2\pi}{5} + 2 \times \frac{4\pi}{5}\cos(36°) \approx 6{,}58$ m.

*Remarque : On peut montrer que* $\cos(36°) = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$ *et ainsi la distance parcourue est exactement égale à* $\frac{2\pi}{5}(3+\sqrt{5})$.

**❹ <u>Épreuve au long cours</u>**

Pour gagner 11 épreuves, un athlète doit gagner 8 épreuves longues et 3 courtes ou 7 épreuves longues et 4 courtes.
Soit $m$ le nombre d'athlètes sélectionnés pour 8 épreuves longues et 3 courtes et $n$ le nombre d'athlètes sélectionnés pour 7 épreuves longues et 4 courtes.

Un athlète sélectionné pour 8 épreuves longues et 3 courtes est comptabilisé 8 fois dans chaque colonne d'épreuves courtes donc il est comptabilisé $8 \times 3 = 24$ fois. De même un athlète sélectionné pour 7 épreuves longues et 4 courtes est comptabilisé $7 \times 4 = 28$ fois.
On a donc $24m + 28n = 256$
Soit $6m + 7n = 64$
$7n \leq 64$ donc $n \leq \frac{64}{7}$ soit $n \leq 9$
De plus $6m$ et 64 sont pairs donc $7n$ est pair. Or 7 est impair donc $n$ est pair.
Il reste donc à tester 0 ; 2 ; 4 ; 6 et 8

| $n$ | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|
| $m$ | $\frac{64}{6} \approx 10{,}7$ | $\frac{25}{3} \approx 8{,}3$ | 6 | $\frac{11}{3} \approx 3{,}7$ | $\frac{4}{3} \approx 1{,}3$ |

Le seul couple d'entiers étant (6 ; 4), il y a 6 + 4 = 10 athlètes à cette compétition.

***Solution proposée par l'équipe [Moniot Florian – Morizot Marvin – Mouillon Baptiste – Mullatier Lucas] du lycée Gustave Eiffel :***
*Soit $x$ le nombre d'athlètes.*
*Si les athlètes se qualifiaient à toutes les épreuves, le total de la grille serait de $32x$.*
*Chaque athlète s'est qualifié à 11 des 12 épreuves donc il a perdu 4 points ou 8 points.*
*Au total, les athlètes ont perdu entre $4x$ et $8x$ points.*
*Le total est donc compris entre $24x$ ($= 32x - 8x$) et $28x$ ($= 32x - 4x$).*
*Ainsi $24x \leq 256 \leq 28x$.*
*Soit $\frac{256}{28} \leq x \leq \frac{256}{24}$.*
*Donc $x = 10$*

**❺ Darts Valor 2016**
Soit $a$ le nombre de fléchettes atteignant le la zone à 192 points.
Soit $b$ le nombre de fléchettes atteignant le la zone à 56 points.
Soit $c$ le nombre de fléchettes atteignant le la zone à 42 points.
On a :
$$192a + 56b + 42c = 2016$$
Soit en simplifiant par 2 :
$$96a + 28b + 21c = 1008$$
$96a$, $28b$ et 1008 sont des multiples de 4 donc $21c$ aussi. Ainsi le nombre $c$ est un multiple de 4 soit $c = 4c'$.
On a, en simplifiant par 4 : $24a + 7b + 21c' = 252$

On opérant de même, on pose $a = 7a'$ et $b = 3b'$.
On a : $8a' + b' + c' = 12$
$a'$, $b'$ et $c'$ sont des entiers naturels non nuls.
On a nécessairement $a' = 1$ (car toutes les zones sont atteintes au moins une fois et $a' \leq \frac{12}{8}$)
Ainsi $b' + c' = 4$
On a donc comme solutions (1 ; 1 ; 3), (1 ; 2 ; 2) et (1 ; 3 ; 1)
Soit $a = 7$ ; $b = 3$ ; $c = 12$ ou $a = 7$ ; $b = 6$ ; $c = 8$ ou $a = 7$ ; $b = 9$ ; $c = 4$.

Ainsi il est effectivement possible d'obtenir 2016 points de trois manières différentes.
***Programme Casio de l'équipe [Neto Maryne – Pautrat Olivier – Serrurier Camille] du lycée du Parc de Chaumes :***

```
0→A~E
For 1→A To 48
42*A→D
For 1→B To 36
56*B→F
For 1→C To 10
192*C→E
If D+E+F=2016
Then A◢
B◢
C◢
IfEnd
Next
Next
Next
```

***Solution algorithmique proposée par plusieurs équipes :***

```
Variables :     a, b, c sont des nombres
Traitement :    Pour a variant de 1 à 10
                  | Pour b variant de 1 à 36
                  |   | Pour c variant de 1 à 48
                  |   |   | Si 192a+56b+42c=2016
                  |   |   |   | Afficher(a,b,c)
                  |   |   | Fin Si
                  |   | Fin Pour
                  | Fin Pour
                Fin Pour
```

***L'équipe [Magniol Clément – Jacotot Louis – Lucat Alexandre – Bruneau Erwan] du lycée Stephen Liegeard*** *a réduit le nombre de cas en utilisant* $a \geq 1$, $b \geq 1$, $c \geq 1$ *donc* $a \leq 9$ ; $b \leq 31$ *et* $c \leq 42$

***Solution proposée par l'équipe [Buzer Thomas – Sinzelle Robin – Rousselot Axel – Durante Etienne] du lycée Gustave Eiffel :***

*L'équipe arrive à l'équation* $192a + 56b + 42c = 2016$ *avec les mêmes variables que dans la correction précédente.*
*L'idée de l'équipe est de se ramener à une équation à deux inconnues.*
*L'équation est équivalente à* $3c + 4b = \dfrac{2016 - 192a}{14}$.

$\dfrac{2016 - 192a}{14}$ *est un entier naturel.*

*A l'aide d'un tableau de valeurs (sur tableur),* $a = 7$ *est la seule valeur possible.*
*L'équipe est donc ramenée à résoudre l'équation* $3c + 4b = 48$ *qui fournit les trois solutions recherchées.*

**❻ Ne nous emballons pas**

Dans tout alignement de ballons accolés, il n'y a que 3 sortes de contacts :
Deux gros ballons tangents, occupent un espace de 64 cm entre les deux points de contact au sol.
Deux petits ballons tangents, occupent un espace de 36 cm entre les deux points de contact au sol.
Un gros ballon tangent à un petit, ce qui occupe un espace de 48 cm entre les deux points de contact au sol.
*Remarque : Le troisième cas est un peu particulier, lorsqu'un gros ballon est accolé à un petit, la distance entre leurs centres n'est pas la somme des deux rayons.*

Dans la figure 1 ci-dessous, on a d'après le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle $ABC$,

$$BC^2 = h^2 = (a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab.$$

Donc la distance entre les deux points de contact est égale à $h = 2\sqrt{ab}$.

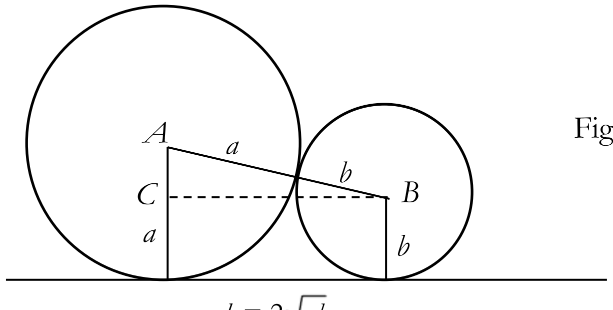



Figure 1

$h = 2\sqrt{ab}$

Si $a = 32$ et $b = 18$, on obtient $h = 48$.

Notons $g, p, m$ le nombre de cas respectifs.
Puisqu'à chaque extrémité on a une largeur de 18 cm occupée par le rayon d'un petit ballon, la longueur totale de l'alignement est $18 + 64g + 36p + 48m = 900$ soit après simplification par 4 :

$$16g + 9p + 12m = 216 \qquad (1)$$

D'après (1), $g$ doit être multiple de 3 soit $\boldsymbol{g = 3g'}$ et $p$ doit être multiple de 4 soit $\boldsymbol{p = 4p'}$
Par ailleurs $m$ doit être pair (il y a un nombre pair de changement de tailles de ballons car le premier et le dernier ballons sont petits) soit $\boldsymbol{m = 2m'}$.
L'équation (1) devient :

$$4g' + 3p' + 2m' = 18 \qquad (2)$$

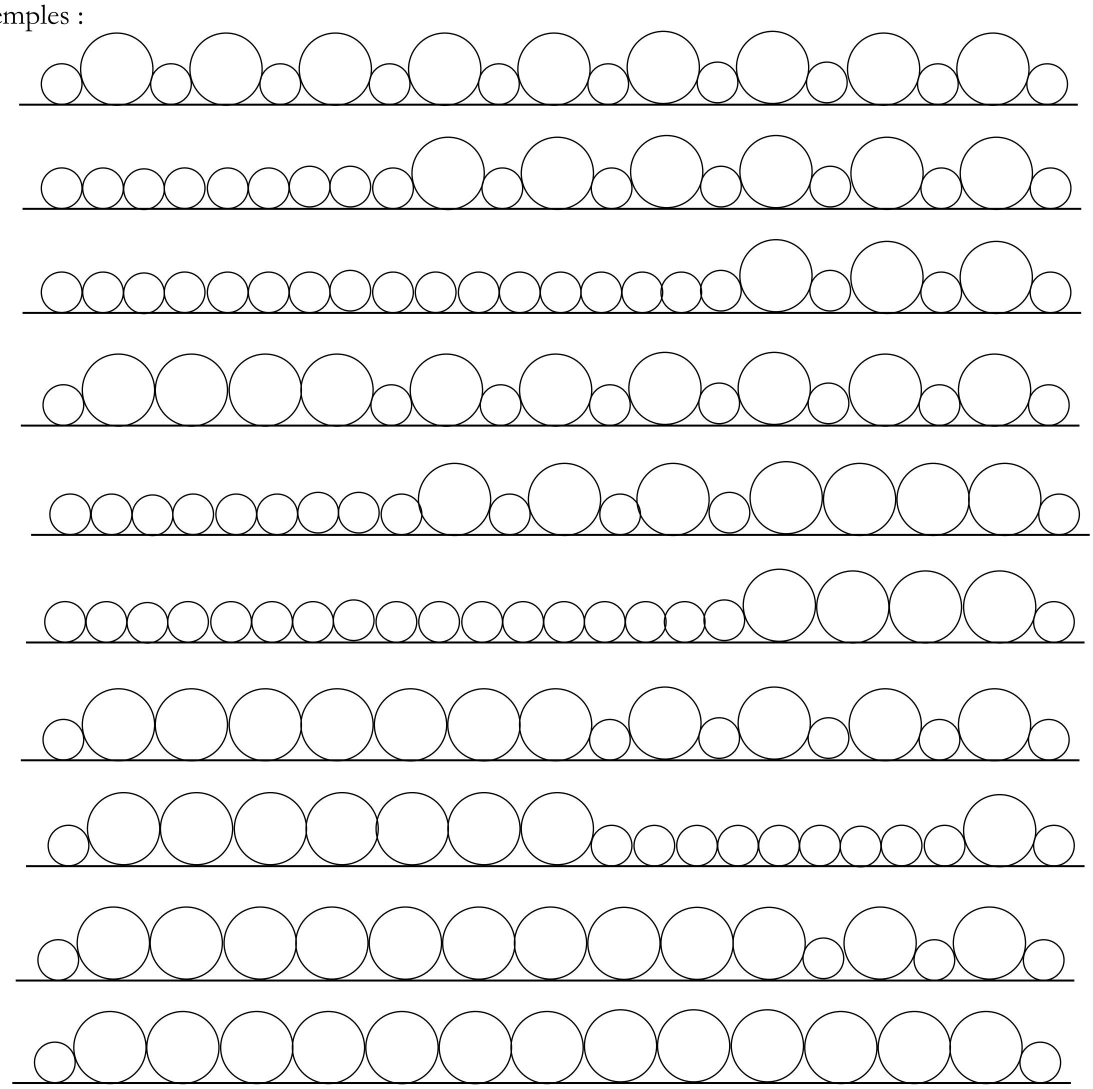
L'équation (2) montre que $p'$ doit être pair soit $p' = 2p''$ donc $\boldsymbol{p = 8p''}$ qui donne :

$$2g' + 3p'' + m' = 9 \text{ avec } g = 3g' \,;\, p = 8p'' \text{ et } m = 2m' \qquad (3)$$

Le tableau des possibilités est :

| $g'$ | $p''$ | $m'$ | |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 9 | $m = 18$ On n'a que des contacts alternés |
| 0 | 1 | 6 | $p = 8$ $m = 12$ |
| 0 | 2 | 3 | $p = 16$ $m = 6$ |
| 0 | 3 | 0 | $p = 24$ soit 25 petits, situation exclue. |
| 1 | 0 | 7 | $g = 3$ $m = 14$ |
| 1 | 1 | 4 | $g = 3$ $p = 8$ $m = 8$ |
| 1 | 2 | 1 | $g = 3$ $p = 16$ $m = 2$ |
| 2 | 0 | 5 | $g = 6$ $m = 10$ |
| 2 | 1 | 2 | $g = 6$ $p = 8$ $m = 4$ |
| 3 | 0 | 3 | $g = 9$ $m = 6$ |
| 3 | 1 | 0 | $g = 9$ $p = 8$ impossible car $m$ doit être positif |
| 4 | 0 | 1 | $g = 12$ $m = 2$ |

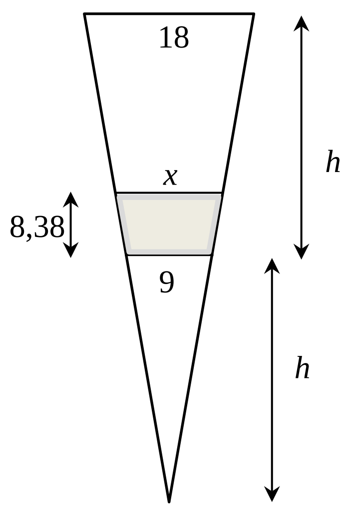
Des exemples :



**❼ Une nuit de pluie**

L'unité est le centimètre.
Soit $h$ la hauteur du pluviomètre.

Puisque $9 = \frac{18}{2}$, le bas du pluviomètre est à mi-hauteur dans la figure ci-contre.




On a, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{h}{h + 8{,}38} = \frac{9}{x}$$

Ainsi $$x = \frac{9(h + 8{,}38)}{h} \qquad (1)$$

Le volume d'eau est $\frac{1}{3}\,(x^2\,(h + 8{,}38) - 9^2h) = 1000$ (2)

En remplaçant $x$ par sa valeur tirée de (1) dans le développement de (2), on obtient :

$$-321{,}22\,h^2 + 5688{,}1764\,h + 15888{,}972744 = 0$$

La seule solution positive vaut $h \approx 20{,}1615$
soit 20,16 cm à 0,01 cm près.

***Remarque :***

*Une mauvaise utilisation du théorème de Thalès conduit plusieurs équipes à écrire* $\frac{8{,}38}{h} = \frac{18}{x}$.

**❽ Pas de quartier**

On commence par classer les oranges par poids croissants (par comparaisons successives)
On obtient les poids $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9$.

Choisissons les 5 oranges de numéros impairs et posons $S = a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9$

On a $a_1 \leq \frac{a_1 + a_2}{2}$ puisque $a_1 \leq a_2$.

De même $a_3 \leq \frac{a_3 + a_4}{2}$ ; $a_5 \leq \frac{a_5 + a_6}{2}$ et $a_7 \leq \frac{a_7 + a_8}{2}$

Et $a_9 \leq 102$

Ainsi $S \leq \frac{a_1 + a_2}{2} + \frac{a_3 + a_4}{2} + \frac{a_5 + a_6}{2} + \frac{a_7 + a_8}{2} + a_9 = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9}{2} + \frac{a_9}{2} \leq 450 + 51 = 501$.

De la même manière :

$S = a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 \geq \frac{a_1}{2} + \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9}{2} \geq 49 + 450 = 499$

Puisque $499 \leq S \leq 501$ :
On peut affirmer que le poids des 5 oranges en question est égal à 500 g à 1 g près.

**❾ Triangul'Aire**

Solution analytique [Figure 1] :

On choisit un repère orthonormé convenable pour avoir les coordonnées de la figure 1. On obtient les équations de droites suivantes :

$$(BI) : y = \frac{2b}{2a + 1}\,x \quad ; \quad (CK) : y = \frac{b}{a - 3}\,(x - 3) \quad ; \quad (AJ) : y = \frac{3b}{3a - 2}\,(x - 2)$$

Par intersection, on a $I\left(\frac{6(2a + 1)}{7} ; \frac{12b}{7}\right)$ et $J\left(\frac{3(a + 4)}{7} ; \frac{3b}{7}\right)$

D'où $y_I - y_J = y_A - y_I = \frac{9b}{7}$. Donc $AI = IJ$ et de même $BK = KI$.

Si on pose aire $(IJK) = a$ alors aire $(ABI)$ = aire $(BIJ)$ = 2 aire $(IKJ)$ = 2 $a$.
De même aire $(BCK)$ = 2 $a$ et aire $(CAJ)$ = 2 $a$
Donc aire $(ABC) = a + 2\,a + 2\,a + 2\,a = 7\,a = 7 \times 288 = 2016$.

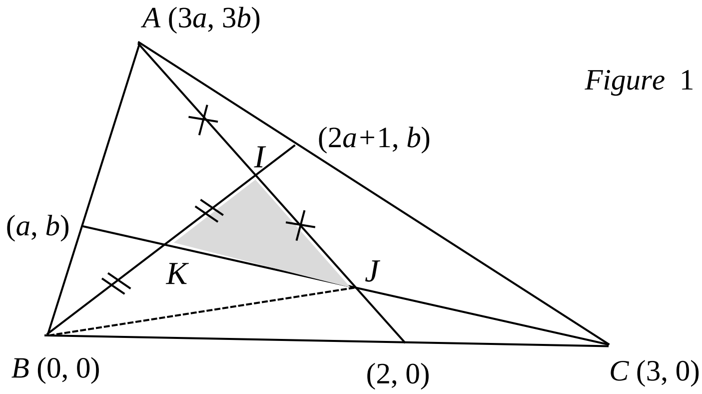



*Figure* 1

<u>Solution géométrique [Figure 2] :</u>

Traçons les segments [*AK*], [*BJ*], [*CI*] et notons *a, b, c, d, e, f, g* les aires de six des triangles comme indiqué sur la figure ci-dessous.

Les triangles *B'IC* et *B'IA* ont la même hauteur [issue de *I*] mais la base de *B'IC* est le double de celle de *B'IA*.
Donc l'aire de *B'IC* est le double de celle de *B'IA* soit $2a$.
De même l'aire de *AC'K* est $2b$ et celle de *JBA'* est $2c$.
L'aire de *KB'C* est le double de celle de *KB'A* donc $g + d + 2a = 2(a + e)$ qui donne $g = 2e - d$.
L'aire de *JC'A* est le double de celle de *JC'B* donc $g = 2f - e$.
L'aire de *IA'BC* est le double de celle de *IA'C* donc $g = 2d - f$.
L'addition membre à membre de ces 3 égalités donne

$$3g = d + e + f \qquad (1)$$

L'aire de *AA'B* est le double de celle de *AA'C* donc après simplification :

$$3b + e + g + f = 6a + 2d.$$

L'aire de *BB'C* est le double de celle de *BB'A* donc $3c + f + g + d = 6b + 2e$.
L'aire de *CC'A* est le double de celle de *CC'B* donc $3a + d + g + e = 6c + 2f$.
L'addition membre à membre de ces 3 égalités donne après simplification

$$g = a + b + c \qquad (2)$$

D'après (1) et (2), l'aire totale est $g + 3(a + b + c) + d + e + f = 7g = 7 \times 288 =$ **2016**.

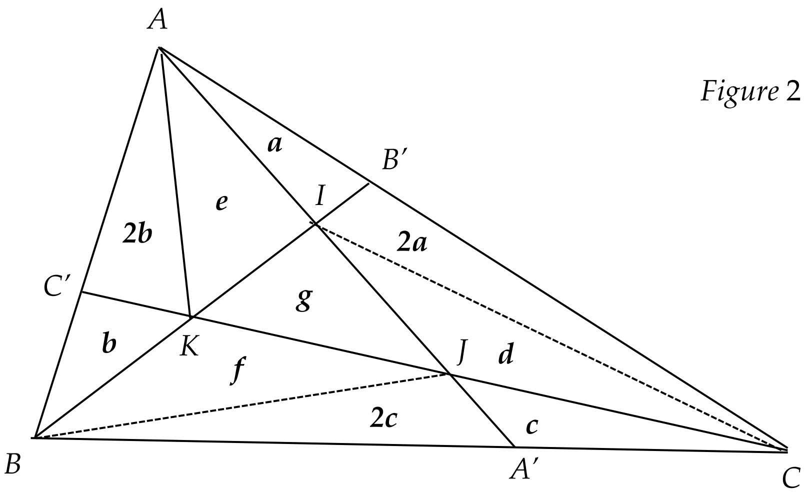



*Figure* 2

Université de Bourgogne - U.F.R. Sciences et Techniques - IREM –
9, avenue Savary - B.P. 47 870 - 21078 DIJON cedex
☎ 03 80 39 52 30 - Télécopie 03 80 39 52 39
e-mail "iremsecr@u-bourgogne.fr"
http://irem.u-bourgogne.fr/