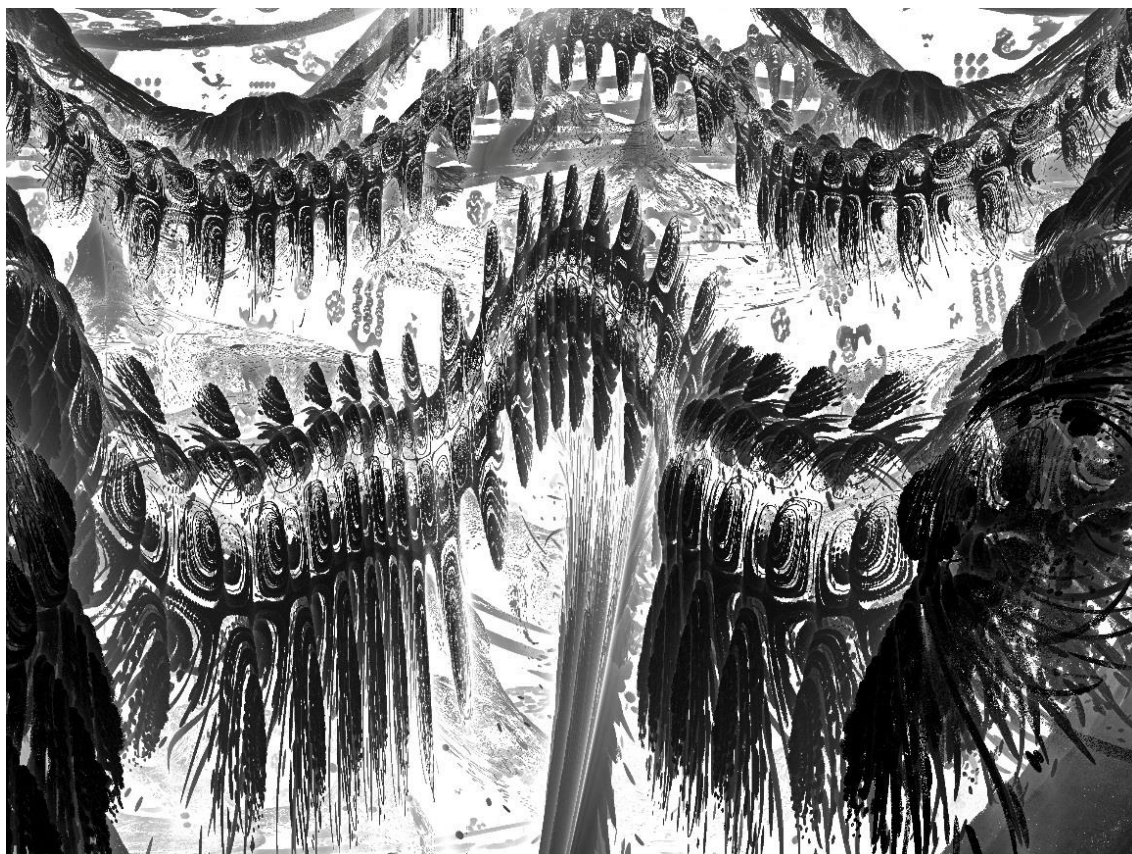


RALLYE MATHÉMATIQUE DE BOURGOGNE

2018 : 36^e rallye



Ekhnos, Abelysse Paolini

Institut de Recherche Sur L'Enseignement des Mathématiques

Faculté Sciences Mirande - B.P. 47 870 - 21078 DIJON cedex

☎ 03 80 39 52 30 - Télécopie 03 80 39 52 39

e-mail "iremsecr@u-bourgogne.fr" - <http://irem.u-bourgogne.fr>

Rendez-vous reconnu et attendu, le « Rallye mathématique » est désormais un moment phare dans l'année scolaire. C'est un élément structurant, un évènement qui donne une nouvelle occasion aux lycéennes et aux lycéens de travailler en équipe dans une approche divertissante, captivante et vivante.

C'est bien la conjugaison de plusieurs facteurs qui a préparé, cette année encore, les conditions d'un succès incontestable. Issus de 27 lycées de notre Académie, regroupés dans 208 équipes, le cru 2018 aura rassemblé 675 participant(e)s : diversité des établissements, qualité remarquable des réponses apportées par les équipes en compétition, la forte participation donne à cet évènement toute l'envergure qu'il mérite et permet d'offrir aux mathématiques une visibilité importante.

Fruit d'un lourd investissement de la part de nombreux acteurs, ce nouveau succès est incontestablement à mettre à l'actif des équipes éducatives des lycées. Il n'aurait aussi pas été possible sans le soutien des différents partenaires institutionnels et privés. Le bon déroulement des épreuves du rallye, sa pérennité et son ampleur, tiennent aussi à la qualité de son organisation, à laquelle l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de l'université de Bourgogne consacre une forte énergie.

Je tiens à remercier sincèrement toutes celles et tous ceux qui ont contribué à cette édition. Ils démontrent que la coopération entre les établissements du secondaire, les services académiques, les collectivités, les entreprises et l'université de Bourgogne est un facteur de réussite et de visibilité collective.

Au nom de l'université de Bourgogne, je tiens à féliciter les lycéennes et les lycéens qui ont participé à cette 36^{ème} édition du « Rallye mathématique ». Pratiquer cette discipline et apprendre à l'apprécier favorise la réussite dans les études. C'est en effet une matière importante mais aussi un support, un complément à d'autres disciplines.

Au cœur de la recherche et de l'innovation, les mathématiques nous entourent au quotidien sans que nous n'y prêtions attention. Ce « Rallye mathématique » contribue à donner aux jeunes une image moderne de cette discipline et je souhaite que cette initiative donnera envie à certains d'entre eux de poursuivre leurs études supérieures dans cette voie à l'université de Bourgogne.

Alain BONNIN
Président de l'université de Bourgogne

Le rallye mathématique des lycées de Bourgogne donne matière à se réjouir pour plusieurs raisons.

Tout d'abord, la promotion des mathématiques s'inscrit dans la politique nationale du système éducatif depuis plusieurs années. Dès 2014, le ministère publiait une « *Stratégie mathématiques* » qui affirmait la nécessité de promouvoir l'image des mathématiques, notamment par le jeu, et préconisait la tenue de grandes manifestations annuelles, comme la « *Semaine des mathématiques* » et les rallyes régionaux. Plus récemment, le rapport Villani-Torossian déclinait 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques ; citons la mesure 17 : « *Inscrire les mathématiques comme une priorité nationale en mobilisant tous les acteurs de la chaîne institutionnelle (recteurs, cadres, formateurs, enseignants)* ».

Ensuite, le rallye mathématique des lycées de Bourgogne témoigne si besoin était du lien collaboratif entre enseignants du secondaire et du supérieur. Historiquement institutionnalisé en mathématiques par la création des IREM il y a plus de 40 ans, ce lien est toujours aussi vivace : les journées de formation organisés par l'IREM à destination des enseignants du secondaire, l'organisation de manifestations comme les rallyes, en sont quelques exemples concrets. Cet apport des universitaires à l'enseignement des mathématiques est exemplaire de ce qui est attendu dans une académie apprenante comme ambitionne de l'être l'académie de Dijon. Que tous les organisateurs du rallye, à l'IREM comme dans les lycées, en soient remerciés.

Enfin, le rallye est d'abord et avant tout une fête des mathématiques, qui fédère les énergies dans de nombreux lycées de l'académie de Dijon. En 2018, le 36^e rallye a rassemblé 675 lycéens issus de 27 lycées de l'académie, ce qui est remarquable car ces jeunes gens ont participé à l'épreuve sur leur temps libre, par groupes d'affinités. Cela témoigne de leur intérêt pour les mathématiques et de leur bonheur à chercher les belles énigmes concoctées par les professeurs organisateurs. Il convient de remercier également ces derniers pour leur imagination et leur travail réussi, dans la perspective de rendre les mathématiques attractives.

Les mathématiques sont connues pour être une école de rigueur et d'exigence, reconnues pour être utiles dans certains domaines. Cette utilité est toutefois méconnue dans bien des secteurs – comme la médecine – et elle est globalement sous-estimée : une récente étude économique de l'AMIES (*) a révélé qu'en France, 15 % du PIB et 9 % des métiers dépendent des mathématiques. Cette rigueur ne doit pas faire oublier à la société que la formation à la pensée rationnelle est un objectif important pour le futur citoyen, et aux jeunes gens qu'on peut faire des mathématiques par plaisir et en y trouvant un épanouissement personnel, qu'on soit fille ou garçon. Le mot du philosophe et mathématicien Bertrand Russell date de quelques décennies, mais il est toujours d'actualité : « *Les mathématiques, bien considérées, sont douées non seulement de justesse, mais aussi de suprême beauté.* »

Frédérique ALEXANDRE-BAILLY,
Rectrice de l'académie de Dijon,
Chancelière de l'Université

Que d'années d'existence depuis les débuts du Rallye des lycées de Bourgogne ! Il en aura fallu de la persévérance aux équipes qui se sont succédé durant ces trente-six¹ années, et de longs moments de cogitation pour produire les énoncés originaux et ludiques destinés à susciter intérêt et motivation pour l'investigation.

Car en mathématiques, la résolution de problèmes nécessite le désir de se mesurer à l'inconnu, de découvrir ce qui était caché. Dans le cas de notre rallye, les équipes de cacheurs prennent un malin plaisir à déguiser des contenus mathématiques, évidemment connus des élèves mais sans qu'ils en soient toujours conscients. Ils suivent en cela une tradition vieille de plusieurs siècles, puisqu'on en trouve trace au 17^e siècle dans l'un des premiers traités de récréations mathématiques², dont il est plaisant de citer la préface :

Pour donner plus de grâce à la pratique de ces jeux, il faut couvrir & cacher le plus qu'on peut la subtilité de l'artifice. Car ce qui ravit l'esprit des hommes c'est un effet admirable dont la cause est inconnue ; autrement, si on découvre la finesse, la moitié du plaisir se perd, & on l'appelle méritoirement cousue de fil blanc, voire on s'en garde comme font les oiseaux du filet & les poissons de l'hameçon découvert. Toute la gentillesse consiste à proposer dextrement son fait, déguiser l'artifice & changer sûrement de ruses pour faire valoir ses pièces.

Nos cacheurs ? L'équipe s'est enrichie cette année d'une nouvelle collègue, Marie Wagner, qui n'a pas hésité à remplacer Marc Champagne parti vers de nouveaux horizons. Elle rejoint ainsi l'inusable Michel Lafond et les joyeux drilles Patrick Guisset et Florian Plastre, permettant à l'équipe de faire un premier pas vers la parité de genre. Mais pourquoi aurait-elle hésité, me direz-vous ? Peut-être du fait du célèbre « humour de prof de maths » à l'œuvre dans le calembour du titre de l'exercice 2 ? Eh bien pas du tout : il est donc prouvé que cette compétence humoristique est bien partagée solidairement par l'ensemble de la profession. C'est ce qu'on appelle « preuve par l'exemple unique », peu goûtée par les enseignants du fait de son peu de rigueur logique, mais tellement utilisée par le grand public.

Venons-en au concret. Ce mercredi 24 janvier dans presque une trentaine de lycées de la région, plus de 200 équipes d'élèves ont planché sur les sujets concoctés par les cacheurs ci-dessus mentionnés. Que tous soient félicités pour leur participation. Un grand merci également aux collègues qui ont assuré l'organisation locale et à ceux qui ont servi de cobayes.

Souhaitons 36 autres années d'existence au Rallye mathématique de Bourgogne !

Frédéric Métin, Directeur de l'IREM.

¹ C'est 36 qui montre qu'un triangle peut aussi être un carré...

² Leurechon, Jean (attr.), *Recreation mathematicque composee de plusieurs problemes plaisants et facetieux. En faict d'Arithmeticque Geometrie, Mechanicque, Opticque, & autres parties de ces belles sciences.* Pont-à-Mousson, Jean Appier Hanzelet, 1626.

ÉNONCÉS 2018

Ex 1 : FRÈRES ET SŒURS

Sur les 200 élèves d'une école, 30 ont exactement un frère ou une sœur scolarisé dans la même école, 18 en ont exactement deux (frères ou sœurs), 12 en ont exactement trois (frères ou sœurs), 5 en ont exactement quatre (frères ou sœurs). Les autres n'ont ni frère ni sœur scolarisé dans la même école.

Combien y a-t-il de familles ayant au moins un enfant dans cette école ?

Ex 2 : SCARLETT AU HARAS

Scarlett a 9 chevaux et de la nourriture pour 30 jours.

Elle accueille 3 petits cochons et il est bien connu que 2 cochons mangent comme 3 chevaux.

Pendant combien de jours pourra-t-elle nourrir tout ce monde ?

Ex 3 : IMPUISSANCE

On considère la suite des nombres entiers qui ne sont pas des puissances d'exposant entier supérieur ou égal à 2, c'est-à-dire tous les entiers sauf les a^2 , a^3 , a^4 , etc.

Il s'agit de la suite : 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, etc.

Quel est le 2018^{ème} nombre de cette suite ?

Ex 4 : RÉVERBÉRATION

Le produit d'un nombre entier N par le nombre "miroir" N' obtenu en écrivant N de droite à gauche est égal à 16029559.

Que vaut N ?

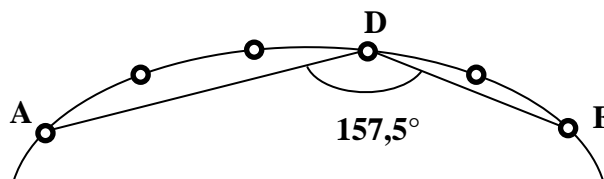
Ex 5 : VU SOUS CET ANGLE

La figure ci-contre représente 6 sommets consécutifs d'un polygone régulier.

L'angle \widehat{ADF} mesure $157,5^\circ$.

Combien ce polygone possède-t-il de côtés ?

(Figure déformée)



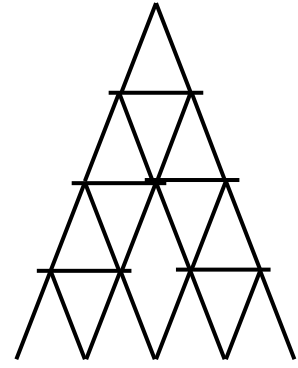
ex 6 : LE CHÂTEAU DE CARTES

On veut construire un château de cartes d’au moins 1 mètre de haut avec des cartes de longueur 8,5 cm, d’épaisseur négligeable, comme indiqué contre.

À chaque pic, l’angle est de 30 degrés.

Les cartes horizontales peuvent se chevaucher mais doivent toujours reposer sur 2 pics.

Combien faut-il de cartes au minimum ?



ci-

Ex 7 : LE BOUT DU TUNNEL

Max est dans un tunnel à 5 mètres du centre. Il entend un train qui est à 3 km de l’entrée du tunnel.

Il hésite sur la direction à prendre, mais cela importe peu car quelle que soit la direction choisie, ils arriveront à la même extrémité du tunnel en même temps.

Quelle est la longueur du tunnel ?

Ex 8 : LA PUCE SAUTEUSE

Une puce savante fait des sauts sur un fil tendu selon un carré. Elle commence en un sommet du carré et ensuite fait des bonds en avant tous les 20 cm. Son dernier saut, après un seul tour, la ramène exactement à son point de départ. Elle a effectué 130 sauts, sans nécessairement passer par tous les sommets du carré.

Quelle est l’aire du carré délimité par le fil ?

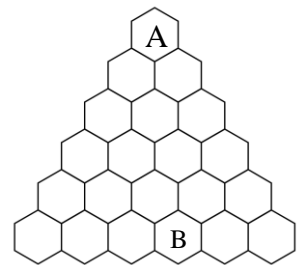
Ex 9 : LA RUCHE

Une abeille est au départ dans l’alvéole A et désire se rendre dans l’alvéole B.

Pour ce faire l’abeille peut se déplacer d’une alvéole vers une autre alvéole ayant un côté commun.

L’abeille ne passe pas deux fois par la même alvéole et ne remonte jamais.

Quel est le nombre de chemins que l’abeille peut emprunter ?



Exercice	Solution
1. Frères et sœurs	160 familles ont au moins un enfant dans cette école.
2. Scarlett au haras	20 jours.
3. Impuissance	Le 2018 ^{ème} nombre de la liste est 2076.
4. Réverbération	Le nombre miroir N est 1729 ou 9271.
5. Vu sous cet angle	Le polygone possède 40 côtés : c’est donc un tétracontagone.
6. Le château de cartes	Le château nécessite 230 cartes.
7. Le bout du tunnel	Le tunnel a une longueur de 250 mètres.
8. La puce sauteuse	L’aire du carré est de $(640 + 10\sqrt{2})^2 \approx 427902 \text{ cm}^2$.
9. La ruche	L’abeille peut emprunter 3840 chemins différents.

2. LA PARTICIPATION

Le 36^{ème} Rallye mathématique de Bourgogne des lycées s'est déroulé le mercredi 24 janvier 2018.

Il a concerné :

27 lycées

208 équipes

675 participants.

Voici l'évolution de la participation ces sept dernières années :

Année	Côte d'Or	Nièvre	Saône et Loire	Yonne	Total des participants
2012	304	104	140	30	578
2013	298	134	84	34	550
2014	263	131	148	39	589
2015	309	198	149	49	705
2016	365	180	154	72	771
2017	427	172	180	69	848
2018	288	156	166	65	675

Les effectifs par lycée et par niveau sont récapitulés ci-après.

Niveau I : secondes

Niveau II : premières et terminales non scientifiques

Niveau III : premières S

Niveau IV : terminales S

	Lycées	Equipes					Participants				
		I	II	III	IV	Total	I	II	III	IV	Total
Côte d'or 7 lycées	Anna Judic - SEMUR EN AUXOIS	1	0	1	1	3	4	0	4	2	10
	Carnot - DIJON	4	0	5	4	13	15	0	17	15	47
	Charles de Gaulle - DIJON	8	0	2	4	14	26	0	5	12	43
	Gustave Eiffel - DIJON	13	0	7	9	29	44	0	23	31	98
	Le Castel - DIJON	6	0	0	1	7	19	0	0	4	23
	Montchapet - DIJON	3	0	0	0	3	10	0	0	0	10
	Stephen Liegeard - BROCHON	6	1	10	0	17	20	2	35	0	57
Nièvre 6 lycées	Alain Colas - NEVERS	10	1	6	3	20	29	4	18	12	63
	Jules Renard - NEVERS	7	1	2	2	12	21	2	7	5	35
	Maurice Genevoix - DECIZE	3	1	1	2	7	8	3	4	5	20
	Notre-Dame - NEVERS	0	0	0	2	2	0	0	0	5	5
	Raoul Follereau - NEVERS	2	1	1	1	5	7	2	4	3	16
	Romain Rolland - CLAMECY	3	0	1	1	5	9	0	4	4	17
Saône et Loire 10 lycées	Bonaparte - AUTUN	2	0	2	0	4	7	0	8	0	15
	Camille Claudel - DIGOIN	1	3	0	1	5	3	10	0	3	16
	Henri Parriat - MONTCEAU	4	0	2	0	6	12	0	6	0	18
	Julien Wittmer - CHAROLLES	1	0	0	1	2	4	0	0	3	7
	La Prat's - CLUNY	3	0	0	1	4	8	0	0	4	12
	Lamartine - MACON	0	0	3	1	4	0	0	10	4	14
	Léon Blum - LE CREUSOT	9	0	4	0	13	34	0	11	0	45
	Lycée militaire - AUTUN	2	2	2	2	8	8	8	7	8	31
	Niepce - CHALON	1	0	1	0	2	3	0	2	0	5
	Pontus de Tyard - CHALON	1	0	0	0	1	3	0	0	0	3
Yonne 4 lycées	Chevalier d'Eon - TONNERRE	1	0	1	0	2	3	0	1	0	4
	Parc des Chaumes - AVALLON	2	0	1	1	4	6	0	2	2	10
	Jacques Amyot - AUXERRE	3	0	1	1	5	12	0	1	3	16
	Joseph Fourier - AUXERRE	9	0	1	1	11	31	0	2	2	35
27	TOTAL	105	10	54	39	208	346	31	171	127	675

3. L'ORGANISATION

L'IREM (Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques), dépendant de l'Université de Bourgogne, est l'organisateur du rallye.

Le financement est assuré par l'APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public), l'IREM et le rectorat.

L'élaboration des sujets et la correction des copies sont assurées dans le cadre de l'IREM par : Patrick GUISET, Michel LAFOND, Florian PLASTRE et Marie WAGNER.

Cinq autres personnes ont participé au choix définitif des sujets : Laurent BANDERIER, Thomas BUREL, Robert FERACHOGLOU, Frédéric LEMASSON, Maurice NUSSBAUM.

Il faut remercier tout spécialement :

Monsieur le Recteur de l'Académie de Dijon, Mesdames et Messieurs les Chefs d'Établissement, Adjointes et CPE, qui ont autorisé et permis la mise en place du Rallye.

Robert FERACHOGLOU, IA-IPR de mathématiques, qui a accepté de co-bayer le sujet.

Frédéric MÉTIN, Directeur de l'IREM.

Marie WAGNER qui a rejoint l'équipe organisatrice cette année.

Tous les professeurs qui ont bénévolement assuré l'organisation matérielle du Rallye dans leur établissement et la surveillance de l'épreuve.

Nathalie INBONA, qui est responsable à l'IREM de la "logistique" du Rallye et de la publication de cette brochure.

Tous ceux qui ont bien voulu chercher les problèmes posés et nous faire part de leurs idées, par courrier, par la presse régionale ou par Internet.

Et bien évidemment les 675 Bourguignons qui ont travaillé durement...

4. LA RÉUSSITE

Exercice	Nombre d'équipes	Proportion d'équipes ayant abordé le problème	Proportion d'équipes ayant donné la bonne réponse
1. Frères et sœurs	115	100 %	47,8 %
2. Scarlett au haras	115	96,5 %	69,4 %
3. Impuissance	115	67 %	11,7 %
4. Réverbération	208	88 %	83,6 %
5. Vu sous cet angle	208	75 %	30,1 %
6. Le château de cartes	208	90,9 %	32,3 %
7. Le bout du tunnel	93	80,6 %	38,7 %
8. La puce sauteuse	93	92,5 %	30,2 %
9. La ruche	93	90,3 %	16,7 %

Les meilleures équipes sont :

Niveau I (secondes)

**L'équipe : [CHORYNSKI Ewan - ESCOLAR Nicolas - MOOR Ruben]
du lycée Henri Parriat de Montceau avec 57 points sur 60.**

Niveau II (premières et terminales non scientifiques)

**L'équipe : [BRAZ Hugo – MIROTTTO Melvin – RADENNE Quentin – RISY Serlando]
du lycée Camille Claudel de Digoin avec 22 points sur 60.**

Niveau III (premières S)

**L'équipe : [GALAS Antoine – KAYSSIEH Paul – RUGGIERI Alex – SCIANDRA Romain]
du lycée Lamartine de Mâcon avec 47 points sur 60.**

Niveau IV (terminales S)

L'équipe : [FEROUT Théodore – GAUTHIER Etienne – PHAM-VAN Léo – XU Franck]
du lycée Carnot de Dijon avec 60 points sur 60.

Nous déclarons meilleure équipe du rallye 2018

FEROUT Théodore – GAUTHIER Etienne – PHAM-VAN Léo – XU Franck
du lycée Carnot de Dijon

5. LE PALMARÈS

Seules les équipes de moins de 5 élèves seront récompensées

Secondes

1	ESCOLAR Nicolas	MOOR Ruben	CHORYNSKI Ewan		Lycée Henri Parriat - Montceau
2	MONIOT Lucas	PIRAT Julien	LEVRINO Samuel	TRILLO Baptiste	Lycée Eiffel - Dijon
3	DENIS Ilona	BAYLE Gaspard	BAULARD Nathan	HUREZ Quentin	Lycée Carnot - Dijon
4	LABOURÉ Manon	MAZILLE Léa	CUSEY Elise	ABDI Taysir	Lycée Eiffel - Dijon
5	NOTIN Raphaël	LOONES Victor	COSTE Elio		Lycée Montchapet - Dijon
6	PIZO Tom	GOFFIN Augustin	COIFFETIAN Marcel	DELOM Vincent	Lycée Romain Rolland - Clamecy
7	PARIS Hélène	BOISSELET Pauline	NOCQUARD Jeanne	NARGEOT Violette	Lycée Anna Judic - Semur
8	BEDRY Antoine	FRANCHI Charles	SALAMAGNE Titouan		Lycée Niepce - Chalon
9	OUVRARD Lucien	VERVIER Lucas	QUEAU Théophile	RONGET Béryl	Lycée Charles de Gaulle - Dijon
10	DESBRUERES Louis	PERRIN Laura			Lycée Henri Parriat - Montceau
11	LABORDE Baptiste	MONVILLE-LATOUR Pierre	ROUSSEAU Hippolyte	MASTERNAK Joris	Lycée Jules Renard - Nevers
12	CASTANIE Juliette	FEVRE Léana	VIAIN-LALOUETTE Marie	REVOL Camille	Lycée Montchapet - Dijon
13	AACHACH Yannis	RABOANARIVELO Yann			Lycée Fourier - Auxerre
14	SHI Jianlong	SOUVERAIN David	MORIZOT Maxime	MOREL Dorian	Lycée du Parc des Chaumes - Avallon
15	PARRA Coline	COSSART Mathis	CLERC Guillaume	CLINARD Rémi	Lycée Stephen Liégeois - Brochon
16	RAPEAU Mylène	MUGUET Oriane	BUSSET Lauryne	ISHEIL Sajja	Lycée Jacques Amyot - Auxerre
17	PIELOT Julie	PIELOT Karine	REVERDY Axelle	WAREIN Théo	Lycée Jules Renard - Nevers
18	VONDRAK Michal	PARIZE Germain	OUIJJA Fatine	LESUEUR Léa	Lycée Carnot - Dijon

Premières et terminales non scientifiques

1	BRAZ Hugo	RADENNE Quentin	RISY Serlando	MIROTTTO Melvin	Lycée Camille Claudel - Digoïn
2	LEFEVRE Baptiste	LANGELLIER Louis			Lycée Jules Renard - Nevers

Premières scientifiques

1	KAYSSIEH Paul	RUGGIERI Alex	GALAS Antoine	SCIANDRA Romain	Lycée Lamartine - Mâcon
2	CHAMBRU Margaux	MESNARD Alizée	PONNELLE Eva		Lycée Carnot - Dijon
3	KALMAR Gaëlle	GENIN Julie			Lycée Henri Parriat - Montceau
4	JAILLARD Mathilde	ROUSSET Gaston	KULLAJ Arsela	GATETE IKIREZI Sandra	Lycée Romain Rolland - Clamecy
5	VERPAUX Audrey	STEMMELIN Célia	PAVLIKOVA Martina		Lycée Carnot - Dijon
6	SEROUL Alan				Lycée Chevalier d'Eon - Tonnerre
7	BULTEL Pierre	FOUQUIN Sullivan	HILPERT Sébastien	LENOIR Noé	Lycée Stephen Liégaard - Brochon
8	ROUSSEL Marina	MARTIN David	POT Elline	DE ROHAN CHABOT Etienne	Lycée Jules Renard - Nevers
9	THILL Emma	EL FODIL Fella	DEHAYE Oriane	CHAINE Loris	Lycée Anna Judic - Semur
10	DERRIENNIC Quentin	DURIX Nicolas	SALAMON Téo	KAPELSKI Clément-Stéphane	Lycée Henri Parriat - Montceau

Terminales scientifiques

1	GAUTHIER Etienne	XU Franck	PHAM-VAN Léo	FEROUX Théodore	Lycée Carnot - Dijon
2	BUSHART Siyabend	RENIAUD Félix	MEUNIER Victor	TAIEB Antonin	Lycée La Prat's - Cluny
3	FOUCHARD Denis	GUYOT Alexandre	KUNZOVA Barbora	RENARD Yann	Lycée Carnot - Dijon
4	VERMOREL Benjamin	SAVIOT Diego	GERBENNE Jérémie	DANCER Marin	Lycée Eiffel - Dijon
5	ROVILLE Alexis	BASSY Clément	MATT Matthieu		Lycée Julien Wittmer - Charolles
6	NOUAÏLLE Hugo	DA CRUZ Mélinda	VAN KALMTHOUT Alban		Lycée Jacques Amyot - Auxerre
7	BLAIS Eliott	MEIGNAN-MASSON Ilya	GIRARD Yann	ROUX Guilhem	Lycée Carnot - Dijon
8	MAILLARD Hugo	CONTET Clément	DIAFERIA Théo	HOFFSTETTER Julie	Lycée Charles de Gaulle - Dijon
9	ANTON Eglantine	GARDIENNET Laurine	MARLE Clara		Lycée Charles de Gaulle - Dijon
10	CASTEL Florian	GOURHAND Jules	CARRON Guillaume	CASAS Maxime	Lycée Eiffel - Dijon
11	BOISSEAU Thibault	MATOS José			Lycée Anna Judic - Semur
12	AGASIAN Vahé	CHANCEAUX Benoît	DANG David	KEBRIT Badr-Eddine	Lycée Le Castel - Dijon
13	MICHELET Aurélie	BEVIERRE Emilie	GALIZZI Enzo	CHARLES Paul	Lycée militaire d'Autun

Élèves cités, non récompensés.

Secondes

ROTSART Ryan	LUCOTTE Jules	LUCOTTE Maxime	DBAUMANN Tom	Lycée Eiffel - Dijon
CONOLLY-SHINEZUKA Eoan	DUTHU Augustin	MONTALBETTI Tristan	SHAHRIAR Tahmida	Lycée Charles de Gaulle - Dijon
KAUTZMANN Fanny	BELIN Maya			Lycée Alain Colas - Nevers
COLLIER Henri	TOURRETTE Matthieu	RAUX Clément	AUBERT Marion	Lycée Carnot - Dijon
LANTERI Victoria	CERVATIUC Andrei	RICHOEVE Eve	FRENCH Pierre	Lycée Charles de Gaulle - Dijon
MELIN Alexis	LAURENÇOT Antoine	SCHERPEREL Jules	THIEBAUT Laurine	Lycée Jacques Amyot - Auxerre
BIZOT Hadrien	ROUGELIN Paul	ARCOS-GILSON Lilou		Lycée Stephen Liégeard - Brochon
AUBAGNAC Jérémie	BEAUCHAMP Matéo	EON Julie	VIEIRA RIBEIRO Barbara	Lycée Leon Blum - Le Creusot
POUCHAT Charlotte	ROUSSET Siloé			Lycée Jules Renard - Nevers
HAMEL Sophie	MARTIN Cassandre	ILGART Lucie		Lycée Carnot - Dijon
KLINGELSCHEMITT Emma	DE LA BOURDONNAYE Léa			Lycée Charles de Gaulle - Dijon
SCAPIN Raphaëlle	PERVES Roxane	PANNETIER Lucas		Lycée Alain Colas - Nevers
LOISELET Emilie	LEGER Capucine	AUFRANC Agathe		Lycée La Prat's - Cluny
THOMAS Louis	DOFUT Clément	ROSSE Voncent	BRUNET Enzo	Lycée Eiffel - Dijon
SANCIER Anaïs	GAIOLA-HAINAUD Callista	VOLOT Léa		Lycée Charles de Gaulle - Dijon
VUAROQUEAUX Juliette	MOIROUX Laszlo	BREZAUULT Robin		Lycée Romain Rolland - Clamecy
JUFFARD Maëlle	DUGOIS Camille	DUPONT Roxane		Lycée Le Castel - Dijon
FRANÇOIS Esteban	ROCHU Gaspard	PERREAUT Jérémie	AÏT EL CADI Yanis	Lycée Raoul Follereau - Nevers

Premières et terminales non scientifiques

BONNOT Albane	PONTUS Romuald	Lycée Camille Claudel - Digoin
PAMBOU ANISSA Jasmine	PEREZ FLOR JUAN Camilo	Lycée Raoul Follereau - Nevers

Premières scientifiques

THIBAUDET Marie	RUIZ Enzo	SALLIER Nicolas	NOURRY Nathan	Lycée Bonaparte - Autun
GHEERAERT Thomas	BAROLLET Sam	ROUSSEAUX Paul	PABOEUF Anthony	Lycée Eiffel - Dijon
HUARD Anatole	JOBERT-ROLLIN Gabin			Lycée Niepce - Chalon
RIEBER Baptiste				Lycée Lamartine - Mâcon
BAUSSARD Lysa	DEVOS Lou	MEYNIER Mathilde	MERINIERE Ellie	Lycée militaire d'Autun
MERLIN Antoine	PERRET Thomas	PRINSTAN Princia	SAUZE Eléa	Lycée Raoul Follereau - Nevers
CHARPENTIER Clément	COUPAT Yann	BERTIN Arthur	MORIN Maël	Lycée Eiffel - Dijon
CAVE Julie & JOBART Anatole	SANTI-DUCRET Anaïs	DELGORGUE Alexis	SIGNORET Robin	Lycée Lamartine - Mâcon
VITU Louis Emiland	VITU François-Jean			Lycée Leon Blum - Le Creusot

LANAUD Julien	COUZON Thomas	ZAFFARONI Bastien	HUSSILLON Laurie	Lycée Eiffel - Dijon
MARTIGNE Margot	GOULINET Théo			Lycée Maurice Genevoix - Decize
PICORON Mathis	MARONNAT Quentin			Lycée Notre Dame - Nevers
KEITA Mansour	KOULAGUINE Nikita			Lycée Charles de Gaulle - Dijon
GLEZ Solan	BORNET Jérémi	DI COSTANZO Thomas		Lycée Jules Renard - Nevers
DOLLE Candia	MOUTAA Abd'Allah			Lycée Fourier - Auxerre
RUGHOO Kenza	MARTIN Julien	POYET Thomas	BRUNET Eloïse	Lycée Lamartine - Mâcon

6. LE CORRIGÉ

Ex 1. FRÈRES ET SŒURS.

Sur les 200 élèves d'une école, 30 ont exactement un frère ou une sœur scolarisé dans la même école, 18 en ont exactement deux (frères ou sœurs) ; 12 en ont exactement trois (frères ou sœurs) ; 5 en ont exactement quatre (frères ou sœurs) ; les autres n'ont ni frère ni sœur scolarisé dans la même école.

Combien y a-t-il de familles ayant au moins un enfant dans cette école ?

Soient : a, b, c, d, e le nombre de familles ayant 1, 2, 3, 4, 5 enfants.

On a donc $a + 2b + 3c + 4d + 5e = 200$

Or par hypothèse $2b = 30$ $3c = 18$ $4d = 12$ $5e = 5$ d'où $b = 15$ $c = 6$ $d = 3$ $e = 1$.

On tire $a + 30 + 18 + 12 + 5 = 200$ d'où $a = 135$ et par conséquent le nombre de familles est

$$a + b + c + d + e = 135 + 15 + 6 + 3 + 1 = 160.$$

Réponse : il y a 160 familles.

EX 2. SCARLETT AU HARAS

Scarlett a 9 chevaux et de la nourriture pour 30 jours.

Elle accueille 3 petits cochons et il est bien connu que 2 cochons mangent comme 3 chevaux.

Pendant combien de jours pourra-t-elle nourrir tout ce monde ?

Les 3 cochons mangent comme $\frac{9}{2}$ chevaux.

Tout se passe comme si Scarlett avait $9 + \frac{9}{2} = \frac{27}{2}$ chevaux.

Si on a k fois plus de chevaux, on a de la nourriture pour k fois moins longtemps (proportionnalité inverse).

Or 9 chevaux ont de la nourriture pour 30 jours, donc $\frac{27}{2}$ chevaux auront de la nourriture pour

$$30 \div \frac{27/2}{9} = 30 \times \frac{9}{27/2} = 30 \times \frac{2}{3} = \mathbf{20 \text{ jours.}}$$

Ex 3. IMPUISSANCE.

On considère la suite des nombres entiers qui ne sont pas des puissances d'exposant entier supérieur ou égal à 2, c'est-à-dire tous les entiers sauf les a^2, a^3, a^4, \dots .

Il s'agit de la suite : 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, etc.

Quel est le 2018^{ème} nombre de cette suite ?

Parmi les impuissants, les carrés sont majoritaires.

Puisque $\sqrt{2017} \approx 45$ et $\sqrt[3]{2017} \approx 13$ on prévoit que le 2018^{ème} impuissant sera autour de $2018 + 45 + 13 = 2076$.
Prévoyons large, et cherchons combien il y a d'impuissants inférieurs à 2080.

Attention, $x^{ab} = (x^a)^b$ montre que :

Les puissances quatrièmes, sixièmes, huitièmes et dixièmes sont des carrés donc peuvent être ignorées une fois qu'on a ôté les carrés ;

Les puissances neuvièmes sont des cubes donc peuvent être ignorées une fois qu'on a ôté les cubes.

Le cube d'un carré est aussi le carré d'un cube, il ne faudra pas les ôter deux fois !

Inutile d'aller au-delà de l'exposant 11 puisque $2^{12} = 4096 > 2080$.

Il faut ôter de la suite des entiers 1, 2, 3, ..., 2080 :

- Les 45 carrés : 1, 4, 9, 16, 25, ..., $45^2 = 2025$. [C'est tout puisque $46^2 = 2116 > 2080$]

- Les 12 cubes : 1, 8, 27, ..., $12^3 = 1728$. [C'est tout puisque $13^3 = 2197 > 2080$]

Mais $1^3 = 1^2$; $4^3 = (2^2)^3 = (2^3)^2$ et $9^3 = (3^2)^3 = (3^3)^2$ ont déjà été ôtés.

Cela ne fait que 9 cubes à ôter.

- Les 3 puissances cinquièmes : $2^5 = 32$, $3^5 = 243$, $4^5 = 1024$. [C'est tout puisque $5^5 = 3125 > 2080$]

Mais $4^5 = (2^2)^5 = (2^5)^2$ a déjà été ôté.

Cela ne fait que 2 puissances cinquièmes à ôter.

- La puissance septième : $2^7 = 128$. [C'est tout puisque $3^7 = 2187 > 2080$]

- La puissance onzième : $2^{11} = 2048$. [C'est tout puisque $3^{11} = 177147 > 2080$]

Finalement, on a ôté $45 + 9 + 2 + 1 + 1 = 58$ puissances.

Il reste $2080 - 58 = 2022$ nombres impuissants inférieurs à 2080.

Autrement dit, le 2022^{ème} impuissant est 2080.

Il faut reculer de 4 pour avoir le 2018^{ème}. Or 2079, 2078, 2077, 2076 sont impuissants.

Donc le 2018^{ème} nombre impuissant est 2076.

▣ Il est à noter qu'une équipe a traité cet exercice par programmation (voir paragraphe 7 de ce compte-rendu).

Ex 4. REVERBERATION.

Le produit d'un nombre entier N par le nombre "miroir" N' obtenu en écrivant N de droite à gauche est égal à 16029559.

Que vaut N ?

Si N avait moins de 4 chiffres on aurait $NN' \leq 999^2 = 998001 < 16029559$.

Si N avait plus de 4 chiffres on aurait $NN' \geq 10001^2 = 100020001 > 16029559$.

Donc N a exactement 4 chiffres : $N = abcd$ et on peut supposer $a \leq d$.

Puisque NN' se termine par 9, les seules possibilités pour (a, d) sont $(1, 9)$; $(3, 3)$; $(7, 7)$

Mais avec $N = 3**3$ on aurait $NN' \leq 3993^2 = 15944049 < 16029559$ et avec $N = 7**7$ on aurait $NN' \geq 7007^2 = 49098049 > 16029559$.

Donc $N = 1bc9$ (ou son miroir)

Si on avait $b \leq 5$ on aurait $NN' \leq 1599 \times 9951 = 15911649 < 16029559$. Donc $b \geq 6$.

Si on avait $b \geq 8$ on aurait $NN' \geq 1809 \times 9081 = 16427529 > 16029559$. Donc $b \leq 7$.

Donc $N = 16c9$ ou $N = 17c9$ (ou leur miroir)

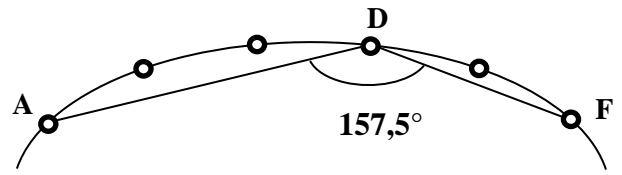
Quelques essais montrent que la seule possibilité est $N = 1729$.

Réponse $N = 1729$ ou 9271.

▣ Il est à noter que quelques équipes ont traité cet exercice par programmation (voir paragraphe 7 de ce compte-rendu).

Ex 5. VU SOUS CET ANGLE.

La figure ci-contre représente 6 sommets consécutifs d'un polygone régulier.
L'angle \widehat{ADF} mesure $157,5^\circ$



Combien ce polygone possède-t-il de côtés ?

(Figure déformée)

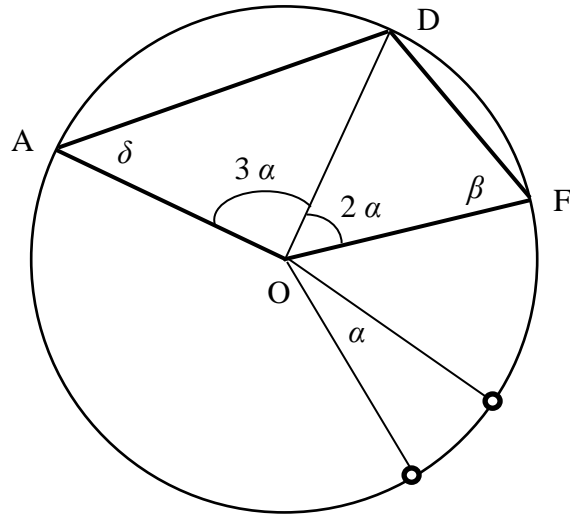


Figure 1

On prend pour unité d'angle le degré. Soit n le nombre de côtés.

Si on pose $\alpha = \frac{360}{n}$ on a la figure 1 ci-dessus avec $\beta = \frac{180-2\alpha}{2}$ et $\delta = \frac{180-3\alpha}{2}$

La somme des angles du quadrilatère OFDA est 360° , donc l'angle en D mesure

$$360 - (\beta + \delta + 5\alpha) = 360 - \frac{180 - 2\alpha}{2} - \frac{180 - 3\alpha}{2} - 5\alpha = 180 - \frac{5\alpha}{2} = 180 - \frac{900}{n} = 157,5$$

On tire facilement $n = 40$.

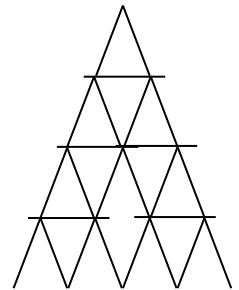
Réponse : le polygone a 40 côtés.

Ex 6. LE CHÂTEAU DE CARTES

On veut construire un château de cartes d'au moins 1 mètre de haut avec des cartes de longueur 8,5 cm, d'épaisseur négligeable, comme indiqué ci-contre.

À chaque pic, l'angle est de 30 degrés.

Les cartes horizontales peuvent se chevaucher mais doivent toujours reposer sur 2 pics.

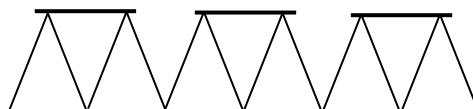


Combien faut-il de cartes au minimum ?

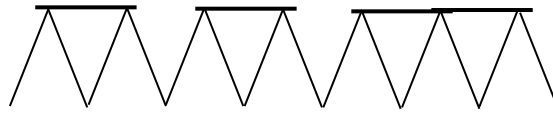
À chaque niveau, on peut ne mettre à la couche horizontale supérieure qu'une carte sur deux

en prenant soin dans le cas où il y a un nombre impair de pics, d'en ajouter une.

Niveau n pair :



Niveau n impair :



On vérifie aisément (par récurrence par exemple) que :

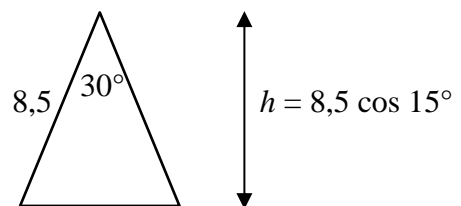
Un château ayant n niveaux (n pair) contient au total $\frac{5n^2+6n-4}{4}$ cartes

Un château ayant n niveaux (n impair) contient au total $\frac{5n^2+6n-3}{4}$ cartes.

Or, la hauteur d'un pic est de $8,5 \cos 15^\circ$ cm.

Donc il faudra 13 niveaux pour atteindre 1 mètre puisque $\frac{100}{8,5 \cos 15^\circ} = 12,17 \dots$

Il faudra donc $\frac{5 \cdot 13^2 + 6 \cdot 13 - 3}{4} = \mathbf{230}$ cartes.

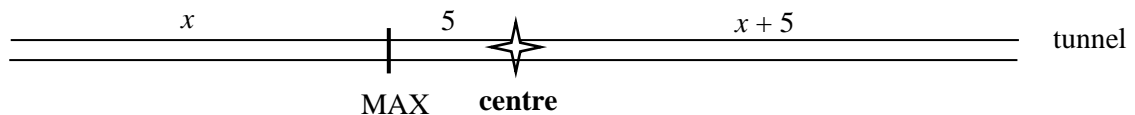


Ex 7. LE BOUT DU TUNNEL.

Max est dans un tunnel à 5 mètres du centre. Il entend un train qui est à 3 km de l'entrée du tunnel.

Il hésite sur la direction à prendre, mais cela importe peu car quelle que soit la direction choisie, ils arriveront à la même extrémité du tunnel en même temps.

Quelle est la longueur du tunnel ?



Les unités sont le mètre et l'heure.

Soient v et V les vitesses de Max et du train.

Le train ne peut pas être à droite dans la figure ci-dessus car en écrivant que les temps mis par Max et le train pour atteindre une extrémité du tunnel sont égaux, on a :

$$\frac{x}{v} = \frac{3000+2x+10}{V} \text{ dans le cas où Max se dirigerait vers l'extrémité gauche et}$$

$$\frac{x+10}{v} = \frac{3000}{V} \text{ dans le cas où Max se dirigerait vers l'extrémité droite du tunnel.}$$

Cela entraînerait $\frac{V}{v} = \frac{3000+2x+10}{x} = \frac{3000}{x+10}$ qui est manifestement impossible.

Ainsi, le train est à gauche dans la figure ci-dessus et on a par hypothèse .

$$\frac{x+10}{v} = \frac{3000+2x+10}{V} \text{ dans le cas où Max se dirigerait vers l'extrémité droite du tunnel.}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{3000}{V} \text{ dans le cas où Max se dirigerait vers l'extrémité gauche du tunnel.}$$

$$\text{Cela entraîne } \frac{V}{v} = \frac{3000}{x} = \frac{3000+2x+10}{x+10} \text{ donc } 2x^2 + 10x = 30000 \text{ ou } 2(x - 120)(x + 125) = 0$$

On tire $x = 120$ et le tunnel mesure donc $2x + 10 = 250$ m

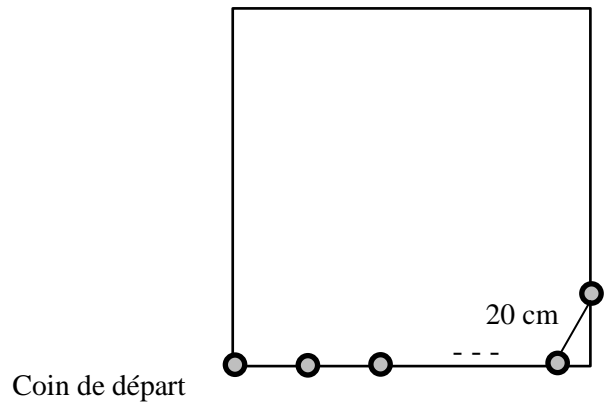
Réponse : la longueur du tunnel est 250 m.

Ex 8. LA PUCE SAUTEUSE.

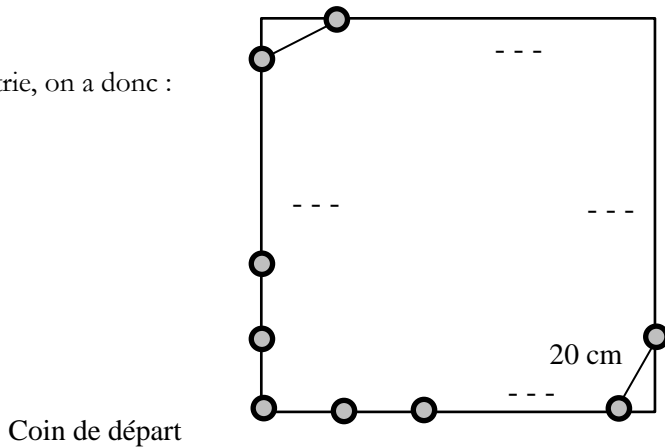
Une puce savante fait des sauts sur un fil tendu selon un carré. Elle commence en un sommet du carré et ensuite fait des bonds en avant tous les 20 cm. Son dernier saut, après un seul tour, la ramène exactement à son point de départ. Elle a effectué 130 sauts, sans nécessairement passer par tous les sommets du carré.

Quelle est l'aire du carré délimité par le fil ?

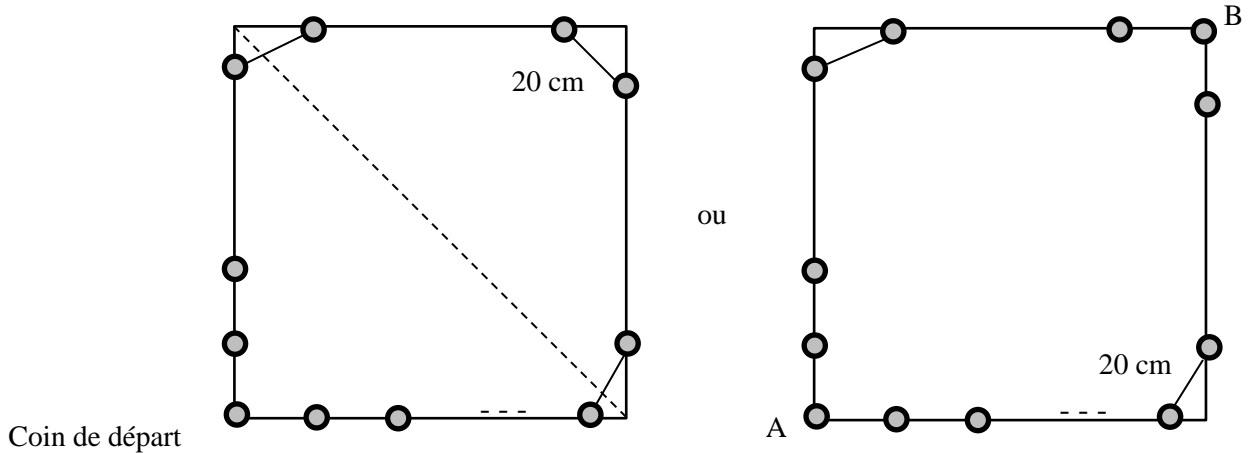
Représentons par des petits disques gris tous les points sur lesquels la puce s'est posée.



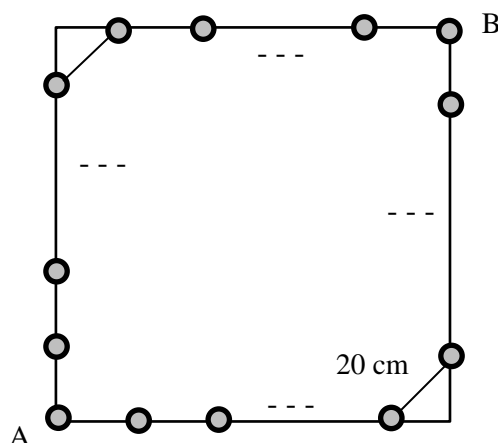
Par symétrie, on a donc :



Il y a alors deux possibilités selon que la puce a atteint ou non le coin B en haut à droite :



Le premier cas est impossible, car le nombre de disques situés à gauche de la diagonale (en pointillé) serait impair, et le nombre de disques situés à droite de la diagonale serait pair. Le nombre total de disques serait impair, ce qui n'est pas le cas de 130. On est donc dans le second cas, et AB est axe de symétrie ce qui mène à la figure ci-dessous :

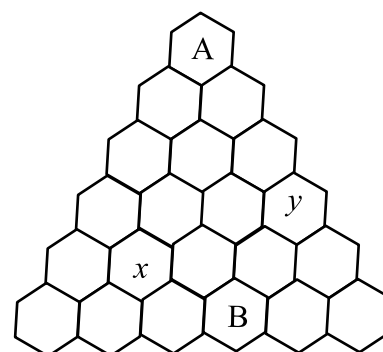


Si k est le nombre de disques situés sur chaque côté, on a $4k - 2 = 130$ d'où $k = 33$.
 Le côté du carré mesure $2(k - 1) + \sqrt{2} = 64 + \sqrt{2} \approx 65,414 \dots \text{ cm}$ d'où l'aire demandée
 $(640 + 10\sqrt{2})^2 \approx 427902 \text{ cm}^2$

Réponse : l'aire du carré est d'environ 427902 cm²

Ex 9. LA RUCHE.

Une abeille est au départ dans l'alvéole A et désire se rendre dans l'alvéole B. Pour ce faire, l'abeille peut se déplacer d'une alvéole vers une autre alvéole ayant un côté commun. L'abeille ne passe pas deux fois par la même alvéole et ne remonte jamais.



Quel est le nombre de chemins que l'abeille peut emprunter ?

Soit un des chemins possibles A...B.

Quand le chemin atteint pour la première fois le niveau 5, disons en x , l'abeille ne peut plus remonter au niveau 4.

On compte facilement qu'il y a alors 10 chemins allant de x à B, et ceci quel que soit x du niveau 5.

De même il y a 8 chemins pour aller de y du niveau 4 à x et ceci quel que soit y du niveau 4.

Donc il y a 10×8 chemins allant de y à B.

En remontant les niveaux, on a donc $10 \times 8 \times 6 \times 4 \times 2 = 3840$ chemins qui vont de A à B.

(Et ceci quel que soit B du dernier niveau).

7. PROGRAMMATION (🖨)

Dans cette nouvelle rubrique du corrigé, nous ferons la part belle aux programmes proposés par certaines équipes. Dans cette édition 2018, deux exercices ont été traités sous Python, Algobox et TI Basics : Impuissance et Réverbération.

Concernant le programme écrit en TI Basics pour l'exercice « Réverbération », il a été proposé par Alan SEROUL du lycée Chevalier d'Eon. Nous le signalons pour féliciter Alan, d'autant plus qu'il participait individuellement !

Vous trouverez ci-dessous les extraits scannés des programmes sous Python et Algobox :

Exercice 4: J'ai créé un programme python qui essaye tous les nombres de 0 à 10000.

```
def main():  
    liste = []  
    for y in range(10000):  
        yy = str(y)  
        liste = list(yy)  
        try:  
            a = liste[0]  
        except:  
            a = 0  
        try:  
            b = liste[1]  
        except:  
            b = 0  
        try:  
            c = liste[2]  
        except:  
            c = 0  
        try:  
            d = liste[3]  
        except:  
            d = 0  
        try:  
            e = liste[4]  
        except:  
            e = 0  
        try:  
            f = liste[5]  
        except:  
            f = 0  
        nb = f + e + d + c + b + a  
        nb2 = int(str(nb))  
        total = y * nb2  
        if total == 16029559:  
            print y
```

main()

Je transforme le nombre y pour qu'il soit possible de l'inverser.

J'utilise des try/except pour ne pas avoir d'erreur si le numéro de la liste n'existe pas.

La réponse est 1729 ou 9271 car 9271 est le nombre miroir de 1729 et inversement.

Une seconde résolution de l'exercice « Réverbération » en Python proposé par VERMOREL Benjamin, SAVIOT Diego, GERBENNE Jérémie et DANCER Marin du lycée Eiffel de Dijon :

Exercice 1

Afin de résoudre cet exercice, nous avons utilisé un algorithme codé en Python. Nous avons donc :

```
unite, dizaine, centaine, millier = 0; 0; 0; 0
N, N' = 0, 0
def changement():
    global unite, dizaine, centaine, millier, N, N'
    if unite == 10:
        unite = 0
        dizaine = dizaine + 1
    if dizaine == 10:
        dizaine = 0
        centaine = centaine + 1
    if centaine == 10:
        centaine = 0
        millier = millier + 1
for x in range(100000):
    N = unite + dizaine * 10 + centaine * 100 + millier * 1000
    N' = unite * 1000 + dizaine * 100 + centaine * 10 + millier
    if N * N' == 16029559:
        print(N)
        print(N')
    unite = unite + 1
    changement()
```

« Réverbération » sous Algobox proposé par l'équipe ROVILLE Alexis, BASSY Clément et MATT Matthieu du lycée Julien Wittmer de Charolles :

Algorithme de l'exercice 1:

sanstitre - 24.01.2018

```
1  VARIABLES
2  Y EST_DU_TYPE NOMBRE
3  G EST_DU_TYPE NOMBRE
4  E EST_DU_TYPE NOMBRE
5  F EST_DU_TYPE NOMBRE
6  A EST_DU_TYPE NOMBRE
7  B EST_DU_TYPE NOMBRE
8  C EST_DU_TYPE NOMBRE
9  D EST_DU_TYPE NOMBRE
10 DEBUT_ALGORITHME
11 Y PREND_LA_VALEUR 16029559
12 //Y représente le nombre à trouver
13 G PREND_LA_VALEUR 0
14 POUR A ALLANT_DE 1 A 9
15   DEBUT_POUR
16     POUR B ALLANT_DE 0 A 9
17       DEBUT_POUR
18         POUR C ALLANT_DE 0 A 9
19           DEBUT_POUR
20             POUR D ALLANT_DE 1 A 9
21               DEBUT_POUR
22                 //On va tester pour faire en sorte que le nombre composé des 4
chiffres A, B, C et D balait toutes les possibilités de 1001 à 9999.
23                 E PREND_LA_VALEUR A*1000+B*100+C*10+D
24                 //E représente ici le nombre N.
25                 F PREND_LA_VALEUR D*1000+C*100+B*10+A
26                 //F représente ici le nombre "miroir" N'.
27                 G PREND_LA_VALEUR E*F
28                 //On va calculer N*N'.
29                 SI (G==Y) ALORS
30                   DEBUT_SI
31                     AFFICHER E
32                     //On affiche N et N'.
33                   FIN_SI
34                 FIN_POUR
35             FIN_POUR
36         FIN_POUR
37     FIN_POUR
38 FIN_ALGORITHME
```


Exercice 3:

Nous avons écrit, pour trouver cette valeur, un programme qui écrit la suite pour les nombres inférieurs à 3000.

```
count = 0 // variable permettant de compter le rang
for i in range(2, 3000): // Pour tous les nombres entre 2 et 3000
    cond = True // variable permettant de savoir si le nombre est dans la suite
    for p in range(2, 12): // Pour toutes les puissances de 2 à 12
        for a in range(1, 60): // Pour toutes les valeurs a pour a^p
            if pow(a, p) == i: // si a^p est égal au nombre qu'on teste
                cond = False // alors le nombre n'est pas dans la suite.
    if cond: // si le nombre est dans la suite.
        count = count + 1 // on incrémente le rang
        print(i, " rang : ", count) // Et on affiche le nombre et son rang
```

Le programme nous indique au 2018^{ème} rang : 2016.



Université de Bourgogne - U.F.R. Sciences et Techniques - IREM –
9, avenue Savary - B.P. 47 870 - 21078 DIJON cedex
☎ 03 80 39 52 30 - Télécopie 03 80 39 52 39
e-mail "iremsecr@u-bourgogne.fr"
<http://irem.u-bourgogne.fr/>