

Le rallye mathématique a cette année encore rencontré un vif succès, tant par le nombre d'établissements et d'élèves participants que par la qualité des réponses des équipes concurrentes.

La forte participation donne à cet événement toute l'envergure qu'il mérite et permet d'offrir aux mathématiques une visibilité importante.

Le rallye mathématique est devenu, au fil des années, un rendez-vous incontournable. C'est un élément structurant qui donne une occasion supplémentaire aux lycéens de travailler en équipe dans une approche divertissante, captivante et vivante.

Ce nouveau succès est le fruit de l'investissement des équipes éducatives des lycées. Il n'aurait pas été possible sans le soutien des différents partenaires institutionnels ou privés. Le bon déroulement du rallye, sa pérennité et son ampleur, tiennent aussi à la qualité de son organisation à laquelle l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de l'Université de Bourgogne consacre une énergie importante. Je tiens à remercier vivement toutes celles et ceux qui ont contribué à cette édition. Ils démontrent une nouvelle fois que la coopération entre les établissements du secondaire, les services académiques, les collectivités, les entreprises et l'Université de Bourgogne est facteur de réussite.

Je félicite les lycéens qui ont participé à ce rallye mathématique. Pratiquer les mathématiques et apprendre à les apprécier favorise la réussite. En effet, c'est une discipline importante par elle-même mais aussi comme support ou complément d'autres disciplines.

Les mathématiques sont directement au cœur d'une part importante de la recherche et de l'innovation. Autrement dit, les mathématiques nous entourent chaque jour sans que nous n'y prêtions attention. Ce rallye mathématique contribue à donner aux lycéens une image attractive des mathématiques et je n'en doute pas donnera envie à certains d'entre eux de poursuivre leurs études supérieures en mathématiques à l'Université de Bourgogne et, pourquoi pas, de devenir de grands chercheurs.

Alain BONNIN,
Président de l'Université de Bourgogne

Objet de sélection ? Jeu de l'esprit futile et inutile ? Mal nécessaire dans les études ? Ces idées reçues sur les mathématiques, hélas trop communément répandues, doivent être évacuées une fois pour toutes. Flaubert et Hugo, deux très grands personnages du panthéon littéraire français, ont malheureusement contribué à véhiculer ces calomnies sur les « *mathématiques qui dessèchent le cœur* » ou sur le fait que « *les x et les y , c'est bas de plafond* ». Les mathématiques sont belles parce qu'elles aident à penser, à imaginer et à comprendre le monde, au même titre que les arts et les sciences en général. Elles sont utiles parce qu'on les mobilise dans bien des domaines où on les attend, comme la physique, la finance ou l'enseignement, et d'autres moins attendus : météorologie, environnement, médecine, construction navale et aéronautique, bâtiment et travaux public, architecture, Tous ces secteurs sont porteurs d'emplois et d'espoir, il est bon de le rappeler à nos lycéens.

Le 31^e rallye mathématique des lycées de Bourgogne a rassemblé cette année 550 d'entre eux autour d'une épreuve dont il faut rappeler l'identité et l'originalité. Organisé hors temps scolaire, le rallye des lycées s'adresse à des élèves vraiment motivés et volontaires, qui ont l'esprit tenace, l'imagination féconde, et surtout le goût de la recherche. C'est également une compétition où l'on travaille en équipe, ce qui est assez rare et mérite d'être souligné. Alors bravo aux 298 équipes ayant composé, pour l'excellence de la réussite ou le simple plaisir de chercher, ce qui résume un peu les aléas de la recherche scientifique.

Tous les organisateurs du rallye méritent une totale gratitude, pour avoir réussi à maintenir cette compétition régionale dans la durée, pendant 31 ans. Certes, les professeurs organisateurs se sont relayés au fil du temps, les plus récents d'entre eux ayant récemment donné un regain de jeunesse appréciable à l'organisation. Tous ont su cependant maintenir la vitalité et la qualité de l'épreuve. Alors longue vie au rallye des lycées de Bourgogne, et merci à l'IREM pour maintenir ce fanal allumé.

Robert FERACHOGLU
IA-IPR de Mathématiques

La 31^{ème} édition du rallye mathématique de Bourgogne a rassemblé 550 lycéens des quatre départements. L'épreuve a eu lieu dans les lycées mercredi 30 janvier 2013.

L'objectif du Rallye est, d'une part, de faire faire des mathématiques aux lycéens de façon inhabituelle, de leur proposer des problèmes plus ludiques que ceux faits en classe et moins balisés par les notions du programme et, d'autre part, de valoriser le travail en équipe en donnant aux élèves l'occasion, assez rare dans le cursus scolaire, de faire l'expérience d'une activité de recherche à plusieurs. Celle-ci est souvent beaucoup plus efficace que seul, même si cette recherche en groupe a des contraintes : il faut savoir argumenter pour convaincre les autres, ne pas accepter leurs suggestions sans une vérification soigneuse et finalement savoir s'entendre sur une solution commune.

Je remercie l'équipe de l'IREM de Dijon composée de Marc Champagne, Michel Lafond et Florian Plastre qui ont organisé le rallye : conception des sujets, correction des copies, classements des candidats, rédaction de ce compte-rendu, organisation d'une remise des récompenses à l'Université, cette manifestation leur demande beaucoup de travail. Je remercie aussi Céline Petitjean, secrétaire de l'IREM, qui a assuré la logistique de la manifestation.

Tous mes remerciements vont bien sûr également aux professeurs qui inscrivent leurs élèves et assurent le déroulement du rallye dans leur lycée et les chefs d'établissement qui autorisent la mise en place de l'épreuve.

A l'an prochain pour la future édition du Rallye !

Catherine LABRUÈRE CHAZAL,
Directrice de l'IREM

1. LES ÉNONCÉS

1. BONNE IMPRESSION

Pour tester sa nouvelle imprimante, Gaston décide de faire imprimer la suite des entiers naturels de 1 à 10000 en base 10, sans séparation à l'aide d'un programme : 1234567891011121314 ---
Il choisit des marges telles que son imprimante soit capable d'écrire 70 lignes de 100 caractères par page.
Quel est le chiffre imprimé en bas à droite de la page 1 ?

2. LA LOTERIE

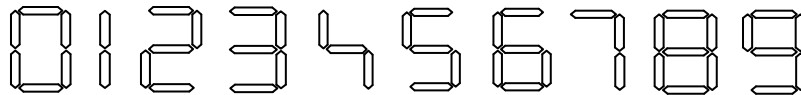
Un sac contient des boules numérotées 1, 2, 3, Toutes les boules portent des numéros distincts. Gaston tire au hasard deux boules du sac. On considère qu'il n'y a pas de triche, c'est-à-dire que les différents tirages ont tous la même chance de sortir.
Gaston a calculé qu'il y a une chance sur 20 pour que le tirage soit constitué de deux numéros consécutifs.
Combien y avait-il de boules dans le sac avant le tirage ?

3. ADDITION DOULOUREUSE

On a $100 = 88,8 + 8,8 + 0,8 + 0,8 + 0,8$.
Trouvez de même une addition de nombres décimaux (pas plus de huit), composés uniquement de 8 et de 0, et dont le total est **2013**.

4. L'OCCASE

Gaston a économisé pour s'acheter la nouvelle moto, la MARIIGNANE, une 1515 cm³, selle cuir et cale pieds chromés, dont le prix est affiché en euros avec les chiffres en bâtonnets :

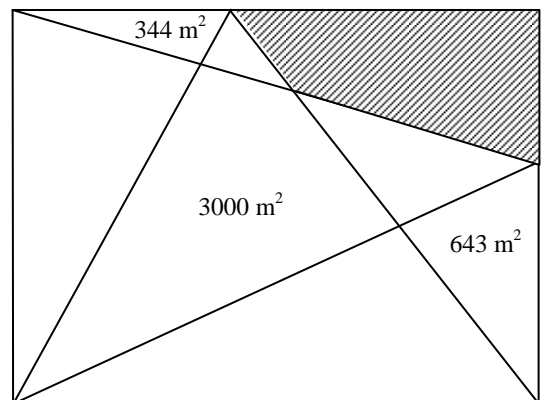


Pendant que le vendeur a le dos tourné, il retourne l'étiquette, économisant ainsi 1515 euros (*).
Quel était le prix initial de la moto ?

5. PRENDRE UN PEU L'AIRE

Un champ rectangulaire a été partagé en 8 parcelles comme sur la figure ci-contre.
On a indiqué sur le dessin les aires de trois d'entre elles.

Quelle est l'aire de la parcelle hachurée ?



(*) Les organisateurs du Rallye condamnent fermement ce geste...

6. L'ÂGE DU PROF

Dans une classe de lycée, l'âge moyen en comptant le prof de math est **18,193**.

Sans le prof, l'âge moyen des élèves est **16,966**.

Les âges sont tous entiers, mais les moyennes sont arrondies à un millièmè près par défaut.

Quel est l'âge du prof de math ?

7. CARRÉS EN ROND

Sur une feuille quadrillée, dont les carreaux ont 1 mm de côté, on trace un cercle de rayon **100** mm, centré sur un point du quadrillage.

Combien de carreaux sont entièrement contenus dans le disque ?

8. UN COIN DE PELOUSE.

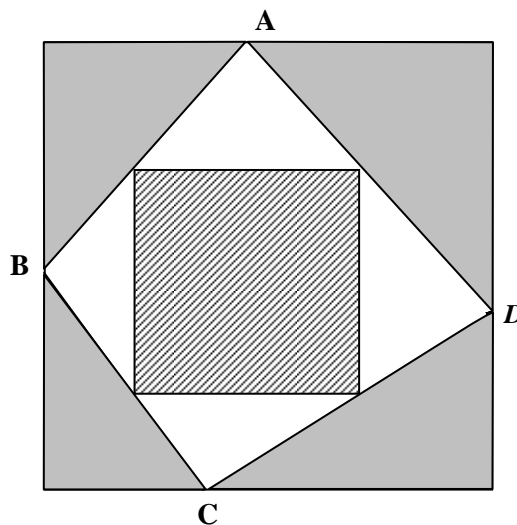
Une propriété est composée d'un bâtiment carré (hachures) de côté 33 mètres, inclus dans un terrain carré de côté 48 m.

Les côtés du bâtiment sont parallèles aux côtés du terrain.

Les quatre coins du terrain sont en pelouse (gris).

Chaque côté du quadrilatère ABCD contient un sommet du bâtiment.

Quelle est l'aire de la pelouse ?

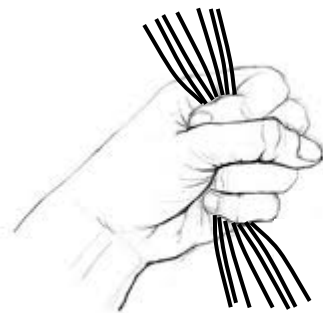


9. NOUONS DES LIENS

Gaston enserre 7 brins de ficelle de même longueur, de telle sorte que tous les morceaux dépassent de chaque côté de son poing.

Son camarade noue, au hasard, deux à deux, 6 des 7 brins dépassant au-dessus, puis 6 des 7 brins dépassant en dessous ; il y a donc 3 nœuds au-dessus et 3 nœuds en dessous du poing de Gaston.

En ouvrant son poing, quelle est la probabilité que Gaston récupère une ficelle d'un seul tenant ?



exercice	solution
1. BONNE IMPRESSION	Le 7000 ^{ème} caractère est 2.
2. LA LOTERIE	Le sac contient 40 boules.
3. ADDITION DOULOUREUSE	$2013 = 888,888 + 880,888 + 80,808 + 80,808 + 80,808 + 0,8$.
4. L'OCCASE	La moto coûtait initialement 6464 euros.
5. PRENDRE UN PEU L'AIRE	La parcelle hachurée a une aire de 2013 m ² .
6. L'ÂGE DU PROF	Le prof de math a 55 ans.
7. CARRES EN ROND	Le disque entier contient 31016 carreaux.
8. UN COIN DE PELOUSE	La pelouse a une aire de 720 m ² .
9. NOUONS DES LIENS	Il y a environ 46% de chances de récupérer une ficelle d'un seul tenant.

2. LA PARTICIPATION.

Le 31^{ème} Rallye mathématique de Bourgogne des lycées s'est déroulé le mercredi 30 janvier 2013.

Il a concerné :

26 lycées

175 équipes

550 participants.

Voici l'évolution de la participation ces dernières années :

Année	Côte d'Or	Nièvre	Saône et Loire	Yonne	total des participants
2006	270	143	177	142	732
2007	239	61	96	65	461
2008	266	139	255	108	768
2009	371	74	181	97	723
2010	303	82	226	101	712
2011	281	122	145	90	638
2012	304	104	140	30	578
2013	298	134	84	34	550

Les effectifs par lycée et par niveau sont récapitulés ci-après.

	Lycée	Equipes				Participants			
		2nde	1ère	Tale	Total	2nde	1ère	Tale	Total
Côte d'Or 9 lycées	Clos Maire - BEAUNE	0	1	0	1	0	3	0	3
	Marey - BEAUNE	0	1	3	4	0	4	9	13
	Stephen Liégeard - BROCHON	4	1	3	8	10	3	12	25
	Eiffel - DIJON	12	10	4	26	44	35	11	90
	Carnot - DIJON	12	2	0	14	37	4	0	41
	Charles de Gaulle - DIJON	2	4	6	12	7	15	19	41
	Hippolyte Fontaine - DIJON	2	6	0	8	7	19	0	26
	St Joseph - DIJON	3	2	6	11	9	8	22	39
	Anna Judic - SEMUR EN AUXOIS	4	3	1	8	10	6	4	20
Nièvre 5 lycées	Romain Rolland - CLAMECY	2	1	1	4	9	3	3	15
	Maurice Genevoix - DECIZE	2	1	1	4	7	3	5	15
	Alain Colas - NEVERS	7	3	4	14	22	7	12	41
	Jules Renard - NEVERS	7	6	4	17	24	19	16	59
	Saint Cyr - NEVERS	1	0	1	2	2	0	2	4
Saône-et-Loire 9 lycées	Mathias - CHALON SUR SAÔNE	1	0	1	2	2	0	2	4
	Niepce - CHALON SUR SAÔNE	3	3	0	6	7	7	0	14
	Julien Wittmer - CHAROLLES	3	3	1	7	10	8	4	22
	Camille Claudel - DIGOIN	1	1	0	2	2	2	0	4
	Léon Blum - LE CREUSOT	4	1	0	5	13	2	0	15
	Henri Vincenot - LOUHANS	1	0	0	1	4	0	0	4
	Lamartine - MÂCON	2	3	0	5	5	8	0	13
	Henri Parriat - MONTCEAU LES MINES	2	0	0	2	6	0	0	6
	Gabriel Voisin - TOURNUS	0	0	1	1	0	0	2	2
Yonne 3 lycées	Jacques Amyot - AUXERRE	2	3	0	5	6	11	0	17
	Louis Davier - JOIGNY	1	0	0	1	2	0	0	2
	Chevalier d'Eon - TONNERRE	2	2	1	5	6	5	4	15
26 lycées	TOTAL	80	57	38	175	251	172	127	550

3. L'ORGANISATION.

L'IREM (Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques), dépendant de l'Université de Bourgogne, est l'organisateur du rallye.

Le financement est assuré par l'APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public) et l'IREM.

L'élaboration des sujets et la correction des copies sont assurées dans le cadre de l'IREM par : Marc CHAMPAGNE, Michel LAFOND et Florian PLASTRE.

Trois professeurs supplémentaires ont participé au choix définitif des sujets : Gérard BOUILLOT, Maurice NUSSBAUM, Daniel REISZ.

Dernière minute : Régis QUERUEL, professeur à Brochon, rejoint l'équipe des organisateurs. Bienvenue à lui !

Il faut remercier tout spécialement :

Monsieur le Recteur de l'Académie de Dijon, Mesdames et Messieurs les Chefs d'Établissement, Adjoints et CPE, qui ont autorisé et permis la mise en place du Rallye.

Robert FERACHOGLOU, IA-IPR de mathématiques, qui a soumis aux organisateurs quelques propositions d'exercices et qui a accepté de cobayer le sujet.

Catherine LABRUERE CHAZAL, Directrice de l'IREM.

Tous les professeurs qui ont bénévolement assuré l'organisation matérielle du Rallye dans leur établissement et la surveillance de l'épreuve.

Céline PETITJEAN, qui est responsable à l'IREM de la "logistique" du Rallye et de la publication de cette brochure.

Tous ceux qui ont bien voulu chercher les problèmes posés et nous faire part de leurs idées, par courrier, par la presse régionale ou par Internet.

Et bien évidemment les 550 Bourguignons qui ont travaillé durement.

4. LA RÉUSSITE.

Exercice	Nombre d'équipes	Pourcentage d'équipes ayant abordé le problème	Pourcentage d'équipes ayant donné la bonne réponse
1 BONNE IMPRESSION	80	98 %	51 %
2 LA LOTERIE	80	83 %	30 %
3 ADDITION DOULOUREUSE	80	88 %	53 %
4 L'OCCASE	175	87 %	61 %
5 PRENDRE UN PEU L'AIRE	175	54 %	32 %
6 L'ÂGE DU PROF	175	82 %	52 %
7 CARRES EN ROND	95	84 %	16 %
8 UN COIN DE PELOUSE	95	77 %	48 %
9 NOUONS DES LIENS	95	72 %	5 %

Les meilleures équipes sont :

En seconde

**L'équipe : [BERRECHET Gwladys - RENVOYÉ Laura - HAKBARY Mohammed - SAHIR Fatih]
de Seconde B du lycée Alain Colas de Nevers avec 53 points sur 60.**

En première

**L'équipe : [PITTOIS François - LATOUR Gillien - FEROUL Elyan]
de Première S5 du lycée Stephen Liégeois de Brochon avec 58 points sur 60.**

En terminale

**L'équipe : [PINET Emma - BOULLAND Mathilde - MILGENT Antoine - JOUDELAT François]
des Terminales S1 et S2 du lycée Chevalier d'Eon de Tonnerre avec 50 points sur 60.**

Nous déclarons meilleure équipe du rallye 2013

**PITTOIS François - LATOUR Gillien - FEROUL Elyan
du lycée Stephen Liégeois de Brochon**

5. LE PALMARÈS.

Seules les équipes de moins de 5 élèves seront récompensées

Secondes

1	BERRECHET Gwladys - RENVOYÉ Laura - HAKBARY Mohammed - SAHIR Fatih	2°B	A. Colas - Nevers
2	JACQUET Fabien - BAGNOLATI Julie - GEORGELIN Hélène	2°G	A. Colas - Nevers
3	RODRIGUE Carla - MAGNIERE Clémence - GRATTAS Lise - JOURANI Myriam	2°6	Carnot - Dijon
4	CORION Alexandra - BERTRAND Alison - MERLIN Lise - GUILLERAND Léna	2°3	R. Rolland - Clamecy
5	ZHOU Ruheng - SHEN Rubing	2°9	Carnot - Dijon
6	RUBIN Louison - COLNOT Nathan - MORTREUX Julien	2°E	A. Colas - Nevers
7	ROUSSEAU Tom - BUY Matthieu - DELMAIRE SIZES Hugo - BOICHOT Mickaël	2°8	Carnot - Dijon
8	PATERNE Yann-Manuel - NOCQUARD Vivien	2°3	A. Judic - Semur
9	SERVIN Valentin - BRALET Antoine - FALCONE Thibaut - THOMAS Hugo	2 nd e	Ch. d'Eon - Tonnerre
10	MOREAU Théo - BECQUEY Corentin	2°2	A. Judic - Semur
11	COQUINOT Baptiste - CARRÉ Alix	2°9	L. Davier - Joigny
12	CLAIR Amandine - TOUILLON Meggy - BONILLO Juan-Antonio - MERITET Quentin	2°C	A. Colas - Nevers
13	GERZICAK Martin - MANASEK Slavomir - CEKAL Patrick	2°4	Carnot - Dijon
14	COURTOIS Margaux - GIRODON Jeanne - LACOUTURE Emeline - NGONDARA Romane	2°6-2°7- 2°8	Carnot - Dijon
15	RAMEAU Maxime - ANGONIN Céline - LEMAITRE Itthiphop	2°4	J. Wittmer - Charolles
16	SEBILLOTTE Solène - GRANDCHAMP Clémence	2°3	A. Judic - Semur
17	HERAMBOURS Claudia - NUDANT Clémentine - DUCLOS Emma	2°G-2°B	St Joseph - Dijon
18	RAYMOND Mélissa - SEGAUD Anne-Lise - VIANU Laurie - LAHAYE Claude	2°4-2°8	J. Wittmer - Charolles
19	GUIDET Ulysse - PETIT Arthur - GERACI Pierre	2°4	G. Eiffel - Dijon
20	GUILLEMINOT Manon - LORET Vincent - GRAS Louise - CALRITA Joseph	2°G-2°C	St Joseph - Dijon
21	MONNIER Jules - DEVOIZE Thomas	2°2	St Cyr - Nevers
22	CHASSIGNOLLE Lucas - BONNET Maxence	2°B	St Joseph - Dijon
23	ABEL Rami - BARBIER Elise - CEBRUNSKA Candy	2°1-2°2- 2°7	J. Amyot - Auxerre

24	LABBAL Antonin - ACOCA Samson	2 ^{nde}	Ch. d'Eon - Tonnerre
25	PANNETIER Loïk - MOURON Geoffrey - DECOUSIER Etienne	2 ^o 3	M. Genevoix - Decize
26	PITAUT Aurélien - AOULAD Zacharie - MICHOT Alex - GIELATA Antoine	2 ^o 6-2 ^o 7	J. Renard - Nevers

Premières

1	PITTOIS François - LATOUR Gillien - FEROUX Elyan	1 ^o S5	S. Liégeois - Brochon
2	BELGUISE Margot - BOMBARDELLI Louise - GACHET Cécile	1 ^o 10	C. de Gaulle - Dijon
3	BAROLLET Théo - CHAUDRON Arthur - SQUIWABOL Emmanuel	1 ^o S2	G. Eiffel - Dijon
4	YU Jacques - LI Fengzhan	1 ^o S4	Carnot - Dijon
5	KOSNO Olga - LAURENT Geoffrey - SITARZ Joanna - QUINTIN Erwan	1 ^o 10	C. de Gaulle - Dijon
6	MILLERAT Lise - CAMBOURNAC Nicolas - BRIDOU Lucie	1 ^o C-S	A. Colas - Nevers
7	RABEC Franco - GIERCZAK Lucas	1 ^o S1	Carnot - Dijon
8	DUBOUX Thibaut - GUTH Florentin	1 ^o S3	L. Blum – Le Creusot
9	CURIAL Simon - MALLET Pierre - BUCHOT Axel - SAPIEGA Jeanne	1 ^o S	N. Niepce - Châlon
10	GARAND Villiers - MERCHADIER Vincent - DESPONT Rémi - PARIS Joffrey	1 ^o S1- 1 ^o S2	J. Renard - Nevers
11	ROUIS Julien - BUGNOT Thibaut - HYNAUX Paul-Edouard - BOUDINA Aksel	1 ^o 9	C. de Gaulle - Dijon
12	BALZER Marie - TROUNARD Thomas - ECARNOT Rémi	1 ^o S	J. Wittmer - Charolles
13	CHEVRIER Pauline - FERMELY Marina - RIBLET Mathilde	1 ^o S4	J. Renard - Nevers
14	ESCOFFIER Cyprine - ALVES VERAS Kêmboly - ROUZZEAU Coraline	1 ^o S	R. Rolland - Clamecy
15	LEVEQUE Claire-Lise - LACHAUME Mathilde - HOCHEDDEL Mathilde	1 ^o S2- 1 ^o S3	Clos Maire - Beaune

Terminales

1	PINET Emma - BOULLAND Mathilde - MILGENT Antoine - JOUDELAT François	T ^o S1- T ^o S2	Ch. d'Eon - Tonnerre
2	ALLARD Emilien - ALLOIN Adèle - FLACK Suzanne - MENARD Lucas	T ^o S	J. Wittmer - Charolles
3	JOLIMOY Octave - BUCHETON Julien - BOUHALASSA Bryan	T ^o S	G. Eiffel - Dijon
4	JACQUET Anne - BIZET Manon - MERITET Jessica	T ^o S2- T ^o S3	A. Colas - Nevers
5	AUBOIRON Romain - GOUZZEAU Gabriel	T ^o S1	A. Colas - Nevers
6	THEURIET Julien - DELLE Julien - MARQUES Anthony - MAILLEFERT Antoine	T ^o SA	St Joseph - Dijon
7	EVERS Fanny - FOCH Valentin - FERIAUT Simon - COLOSIO Toni	T ^o S3	A. Colas - Nevers
8	BRACON Vincent - HENRI Gabriel - MILESI Jules - VONG Nicolas	T ^o S	St Joseph - Dijon
9	GERARD Julien - FOURQUET Justine	T ^o S1	St Cyr - Nevers
10	MICHEA Luc - MARTIN Romain - POTOT Jérôme - FOUCAULT Guillaume	T ^o S	S. Liégeois - Brochon
11	FRANCOIS Emmanuel - MAILHOL Lucas - BRACHAIS François	T ^o SA	St Joseph - Dijon
12	DRUET Chloé - SABRI Caroline - PERDON Vincent - CHATELET Robon	T ^o SA	St Joseph - Dijon
13	KOECHLIN Perrine - CHAUVEAU Elise - CHARLES Pierre	T ^o S1	J. Renard - Nevers
14	BOUCHÉ Guillaume - HAMEURY Bastien - GALLOIS Mehdi	T ^o S	R. Rolland – Clamecy
15	MARCIANO Emilie - BAISONGO BOULINGUI Sabrinah - VOYNNET Julien	T ^o S1- T ^o S2	J. Marey - Beaune
16	BERGERET Marine - BOUARD Nina - CESSEY Hélène	T ^o S1	J. Marey - Beaune

Élèves cités, non récompensés.

Seconde

BOURHY Laury-Ann - ANDRIEU Naomie - BERNARD Emilie - BERTRAND Lucie - MEURICE Jean-Baptiste	2°1-2°3	R. Rolland - CLAMECY
OUIN LAGARDE Juliette - STRAUSS Prescilia - PHILIPPON Paul - DEREUX Fabien	2°7	Carnot – DIJON
AUDEVAL Adrien - BUCHHOLTZ Louis - BALLOUT Gabriel - DARRAUD Félix	2°G	A. Colas - NEVERS
GHUANI Fatma - ABOUARANDASSE Ouafae	2°8	Carnot – DIJON
BARBE RICHAUD Jean-Baptiste - THENARD Quentin - MATHEY Bérénice	2°8	Carnot – DIJON
CHERITAT Simon - DE BROISSIA Joseph - MARTENOT Arthur	2°7	Carnot – DIJON
AUBIN Lucie- FROMONT Elsa- GAILLARD Flavie - POULOT Gaspard	2°11	C. de Gaulle - DIJON
MIGON Jan - ROZE Alexis- DOUGUET Loïc	2°7-2°8	C. de Gaulle - DIJON
BREDA Clémence - BUSI Julie - AYMOUCH Oumaima - MEZOUAGHI Myriam - VINCENT Marine	2°3-2°4	H. Fontaine - DIJON
ALLIERS Nils - BELLE-ANNE Lise - THOMAS Benjamin - DESBOUIS Madeline	2°7	J. Renard - NEVERS
BORDIAUX Laura - BOUCULAT Richard - CHAUFFAUD Yannick - JAMES Emma	2°3	H. Vincenot - LOUHANS
DORT Jules - LAUROY Anthony - LOCTIN Alexandre - RABDEAU Benjamin	2°4	M. Genevois – DECIZE

Première

DONNAT Hugo - DELEVOYE Valentin - ROUGER Emilien - BUSVELLE Paul - CROSNIER Paul	1°7S	J. Amyot – AUXERRE
BERTHON Marion - LERAT Maëlys - GANDJINI Anatole - ELYN Gaspard	1°8	C. de Gaulle - DIJON
RIBOLI Théo - GAUVRIT Simon - CHABERT Thomas - BOUCHANT Mathilde - DALLE Julien	1°S3-4-5	J. Renard - NEVERS
GUIGUE Noémie - EPPE Emeline - JOUNET Charlotte - DAMBLEMONT Alice	1°SA-1°SB	St Joseph - DIJON
SAVONNET Claire - NIBOUREL Pierre - BINET Maxime - PARIS Guillaume	1°SA-1°SB	St Joseph - DIJON
AMIOT Benjamin - MATRAY Vincent	1°S4	J. Renard - NEVERS
LACOUR Corentin - POUX Thomas - SIBAUD Alexandre	1°S4	J. Renard - NEVERS
MEROUES Margaux - GILBERT Margaux - RAGANNEAU Tan - SCHWAIGHOFER Quentin	1°S2	Eiffel - DIJON
BOURDON Jérémy - TONDEL Damien - GENEVOIS Valentin - LEVAVASSEUR Baptiste	1°S2	Eiffel - DIJON
ENJALBERT Quentin - MOYÉ Lucas	1°S3	Eiffel - DIJON
COMBAUT Benjamin - BORNOT Loïc - ARFEUX Thibaut - LOUET Solange	1°4-1°5	Eiffel - DIJON
FARNIER Paul-Alexis - JOT Guillaume - GOSSELIN Armanda	1°ES1	J. Wittmer - CHAROLLES
NAULIN Alexandre - NOWAK Matthieu - BABONI Myriam	1°10S	J. Amyot – AUXERRE
STARZYK Lauryn - MORIZOT Mathilde - BUSSY Eloïse	1°ES-1°S	Chevalier d'Eon - TONNERRE
COUDURIER Lionel - RICHY Jocelyn	1°S3	Lamartine - MACON

Terminale

PUZENAT Loïc - CYPRES Marius - ABLIN Matthieu - CHAUSSIN Pierre - BUTSERAEM Guillian	T°S1-T°S2	M. Genevois – DECIZE
MERCIER Paul - TOURON Emile - MANCA-VOLKOV Ruslom - TAMBARIN Lucas	T°S7	C. de Gaulle - DIJON
REMOND Anaëlle - ZANETTA Marion - LABAT Délia - PENARANDA Anne	T°SA	St Joseph - DIJON
LESCAUDRON Kantin - JOLY Gustave - MARION Simon - DUCRUET ALICE	T°S2	J. Renard - NEVERS

TASSIN Théo - CANARD Clément	T°S10	C. de Gaulle - DIJON
GUERIN Bastien - BONNET Mathilde - TESNIER Léo - GUILLOTON Valentin	T°S3	J. Renard - NEVERS
BROCARD Cindy - BERION Camille - GICQUEL Juliette - DUCROT Cyrielle	T°S7	C. de Gaulle - DIJON
ACCARD Julien - PRUNOT Mathilde - COUSIN Maëlle - GUILLIEN Louise	T°S1	J. Renard - NEVERS
JARDEL Alice - JURY Alexandre - PIERRE Marine - PIERRE Laurent	T°S	S. Liégeois - BROCHON
CASTELLA Marie - GARNIER Elodie - PLASTRE Lydia - RANCE Charlotte	T°S1	A. Judic - SEMUR
CHEVALLIER Romain - BOULOGNE Sébastien - DEUTCH Félix - GILG Clément	T°S2	Eiffel - DIJON
PEYRUSSIE Anne-Claire - PROST Victoriât - MUSCAT Valentin	T°SA	St Joseph - DIJON

6. LE CORRIGÉ.

1. BONNE IMPRESSION

On cherche le 7000^{ème} caractère imprimé.

De 1 à 9 il y a 9 chiffres.

De 10 à 99 il y a 90 nombres de 2 chiffres soit 180 caractères.

De 100 à 999 il y a 900 nombres de 3 chiffres soit 2700 caractères.

De 1000 à 1999 il y a 1000 nombres de 4 chiffres soit 4000 caractères.

4000 + 2700 + 180 + 9 = 6889 caractères, il en manque encore 111.

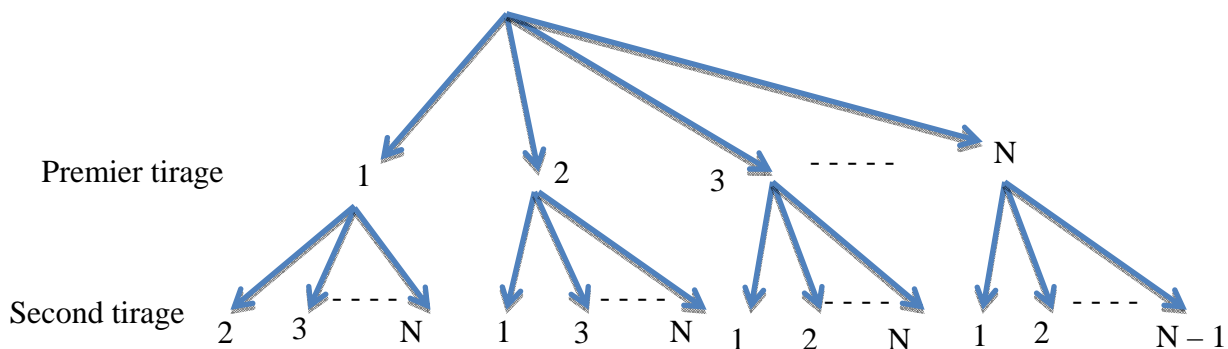
De 2000 à 2026 on a 27 nombres de 4 chiffres soit 108 caractères.

Le 7000^{ème} caractère est donc le troisième chiffre du nombre 2027 c'est à dire **2**.

2. LA LOTERIE

Gaston tire au hasard deux boules du sac qui contient N boules. On modélise par un tirage successif sans remise.

Raisonnons au moyen d'un arbre.



Chaque tirage est modélisé par un couple (x, y) où x et y sont deux entiers distincts parmi $\{1, 2, \dots, N\}$.

Il y a $N \times (N - 1)$ tirages possibles.

Les tirages favorables sont les couples $(1, 2); (2, 3); (3, 4) \dots (N - 1, N)$
ainsi que les couples $(2, 1); (3, 2); (4, 3) \dots (N, N - 1)$.

Il y en a $2 \times (N - 1)$.

La probabilité d'avoir deux numéros consécutifs est donc $p = \frac{2(N-1)}{N(N-1)} = \frac{2}{N}$

Or par hypothèse $p = \frac{2}{N} = \frac{1}{20}$. Donc **N = 40**.

3. ADDITION DOULOUREUSE

Essayons pour obtenir 2013 de prendre un maximum de termes 800, puis un maximum de termes 80, puis un maximum de termes 8, puis un maximum de termes 0,8 etc.

- On peut dans 2013 prendre au plus **2** fois 800 soit 1600. Il reste 413.
- On peut dans 413 prendre au plus **5** fois 80 soit 400. Il reste 13.
- On peut dans 13 prendre au plus **1** fois 8 soit 8. Il reste 5.
- On peut dans 5 prendre au plus **6** fois 0,8 soit 4,8. Il reste 0,2.
- On peut dans 0,2 prendre au plus **2** fois 0,08 soit 0,16. Il reste 0,04.
- On peut dans 0,04 prendre au plus **5** fois 0,008 soit 0,04. Il ne reste plus rien.

Une solution est donc possible en prenant : deux 8 dans la colonne des centaines, cinq 8 dans la colonne des dizaines, un 8 dans la colonne des unités, six 8 dans la colonne des dixièmes, deux 8 dans la colonne des centièmes et cinq 8 dans la colonne des millièmes.
D'où l'addition :

	8	8	8	,	8	8	8
+	8	8	0	,	8	8	8
+		8	0	,	8	0	8
+		8	0	,	8	0	8
+		8	0	,	8	0	8
+			0	,	8		
2	0	1	3	,	0	0	0

4. L'OCCASE

Lorsqu'on retourne un chiffre décimal :

3 et 7 ne donnent rien ; 6 et 9 permutent ; 0, 1, 2, 4, 5, 8 sont inchangés.

On cherche une soustraction du genre **** - **** = 1515.

Pour avoir un 5 comme unité dans la différence, on a 10 possibilités :

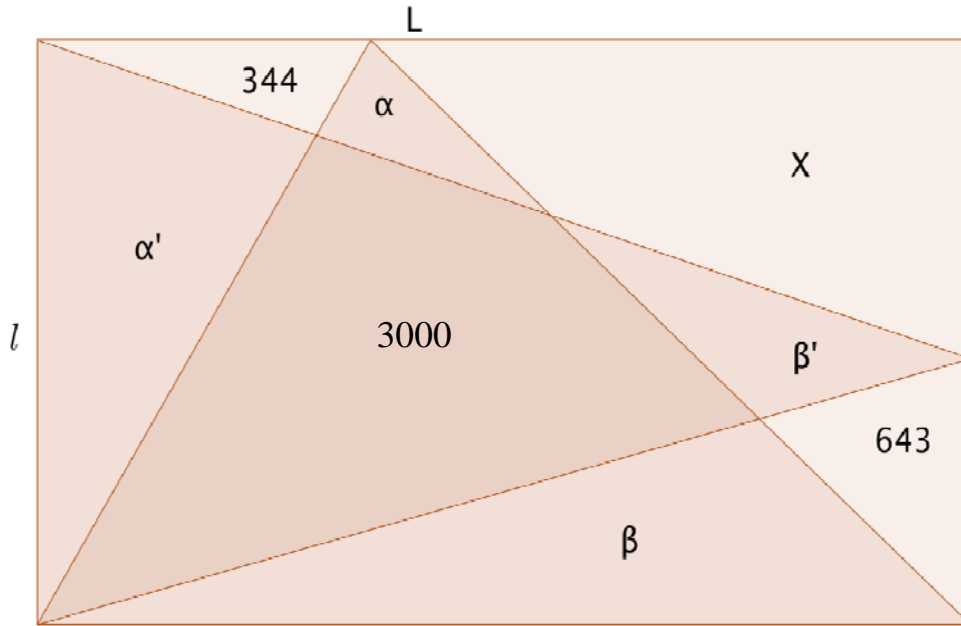
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td>5</td><td>*</td><td>*</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>*</td><td>*</td><td>5</td></tr> <tr style="border-top: 2px solid black;"><td>1</td><td></td><td></td><td>5</td></tr> </table>	5	*	*	0	0	*	*	5	1			5	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td>9</td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td>6</td></tr> <tr style="border-top: 2px solid black;"><td>1</td><td></td><td></td><td>5</td></tr> </table>	9			1	1			6	1			5	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr style="background-color: #cccccc;"><td></td><td></td><td></td><td>2</td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td>7</td></tr> <tr style="border-top: 2px solid black;"><td>1</td><td></td><td></td><td>5</td></tr> </table>				2	2			7	1			5	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td>8</td><td></td><td></td><td>3</td></tr> <tr style="background-color: #cccccc;"><td></td><td></td><td></td><td>8</td></tr> <tr style="border-top: 2px solid black;"><td>1</td><td></td><td></td><td>5</td></tr> </table>	8			3				8	1			5	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td>6</td><td></td><td></td><td>4</td></tr> <tr><td>4</td><td></td><td></td><td>9</td></tr> <tr style="border-top: 2px solid black;"><td>1</td><td></td><td></td><td>5</td></tr> </table>	6			4	4			9	1			5
5	*	*	0																																																													
0	*	*	5																																																													
1			5																																																													
9			1																																																													
1			6																																																													
1			5																																																													
			2																																																													
2			7																																																													
1			5																																																													
8			3																																																													
			8																																																													
1			5																																																													
6			4																																																													
4			9																																																													
1			5																																																													
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td>0</td><td></td><td></td><td>5</td></tr> <tr><td>5</td><td></td><td></td><td>0</td></tr> <tr style="border-top: 2px solid black;"><td></td><td></td><td></td><td>5</td></tr> </table>	0			5	5			0				5	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td>6</td></tr> <tr><td>9</td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr style="border-top: 2px solid black;"><td></td><td></td><td></td><td>5</td></tr> </table>	1			6	9			1				5	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr style="background-color: #cccccc;"><td></td><td></td><td></td><td>7</td></tr> <tr style="background-color: #cccccc;"><td></td><td></td><td></td><td>2</td></tr> <tr style="border-top: 2px solid black;"><td></td><td></td><td></td><td>5</td></tr> </table>				7				2				5	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr style="background-color: #cccccc;"><td></td><td></td><td></td><td>8</td></tr> <tr><td>8</td><td></td><td></td><td>3</td></tr> <tr style="border-top: 2px solid black;"><td></td><td></td><td></td><td>5</td></tr> </table>				8	8			3				5	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td>4</td><td></td><td></td><td>9</td></tr> <tr><td>6</td><td></td><td></td><td>4</td></tr> <tr style="border-top: 2px solid black;"><td></td><td></td><td></td><td>5</td></tr> </table>	4			9	6			4				5
0			5																																																													
5			0																																																													
			5																																																													
1			6																																																													
9			1																																																													
			5																																																													
			7																																																													
			2																																																													
			5																																																													
			8																																																													
8			3																																																													
			5																																																													
4			9																																																													
6			4																																																													
			5																																																													

Comme on le constate, 9 des 10 cas sont impossibles, soit parce qu'on ne peut pas avoir un « 1 » comme chiffre des milliers dans la différence (cas 1 et 2), soit parce qu'un chiffre retourné ne représente rien (cas 3, 4, 8 et 9), soit parce que la différence est négative (cas 6, 7 et 10).

Le seul cas possible est le cinquième : $6**4 - 4**9 = 1515$ dont l'étude conduit rapidement à la seule soustraction possible $6464 - 4949 = 1515$.

La moto coûtait donc initialement **6464 euros**.

5. PRENDRE UN PEU L'AIRE



On remarque que :

L'aire totale du rectangle vérifie : $\alpha + \beta + \alpha' + \beta' + 3000 + 344 + 643 + X = L \times l$

$$\text{Donc } X = L \times l - \alpha - \beta - \alpha' - \beta' - 3987 \quad (1)$$

Or l'aire du triangle à base horizontale vérifie : $\alpha + \beta + 3000 = \frac{L \times l}{2}$

De même l'aire de l'autre grand triangle vérifie : $\alpha' + \beta' + 3000 = \frac{L \times l}{2}$

En additionnant on a : $\alpha + \beta + 3000 + \alpha' + \beta' + 3000 = L \times l$

$$\text{Soit } L \times l - \alpha - \beta - \alpha' - \beta' = 6000 \quad (2)$$

(1) et (2) donnent enfin $X = 6000 - 3987 = \mathbf{2013}$

6. L'ÂGE DU PROF

Soit p l'âge du prof, n le nombre d'élèves de la classe et S la somme des âges des élèves.

Par hypothèse : $\frac{S}{n} = 16,966 \dots$ et $\frac{S+p}{n+1} = 18,193 \dots$

$$\text{Donc : } 16,966 \ n \leq S \leq 16,967 \quad (\text{classe sans le prof}) \quad (1)$$

$$\text{et } 18,193 \ (n+1) \leq S+p \leq 18,193 \ (n+1) \quad (\text{classe avec le prof}) \quad (2)$$

$$\text{Multiplions (1) par } -1 : \quad -16,967 \ n \leq -S \leq -16,966 \quad (3)$$

$$\text{Ajoutons (2) et (3) : } 18,193 \ (n+1) - 16,967 \ n \leq p \leq 18,193 \ (n+1) - 16,966$$

C'est-à-dire : $1,226 \ n + 18,193 \leq p \leq 1,228 \ n + 18,194$

n	$1,226 n + 18,193$	$1,228 n + 18,194$
27	51,295	51,350
28	52,521	52,578
29	53,747	53,806
30	54,973	55,034
31	56,199	56,262
32	57,425	57,490
33	58,651	58,718

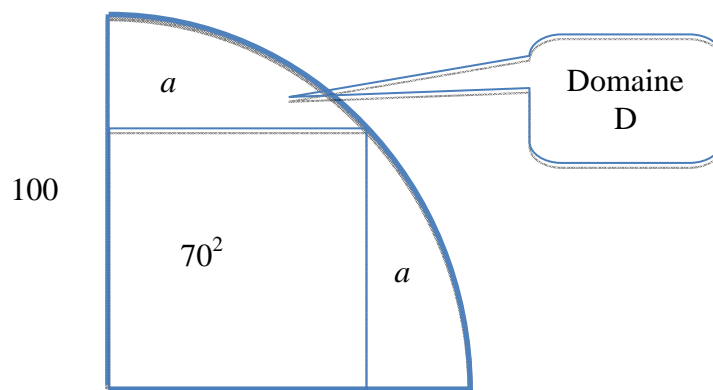
Un tableau de valeurs dont un extrait est ci-dessus, montre que la seule solution « raisonnable » est

$$p = 55 \text{ ans.}$$

Une solution déraisonnable serait $n = 52$ pour laquelle $81,945 \leq p \leq 82,050$ donnerait 82 ans pour le pauvre professeur.

7. CARRES EN ROND

Figure 1



Considérons le quart du disque (figure 1 ci-dessus).

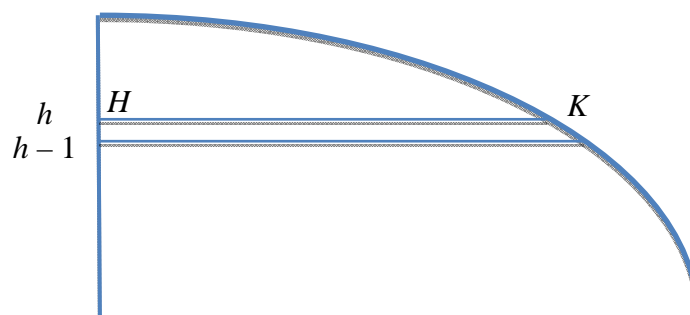
Il est décomposé en 3 parties : un carré de côté 70 mm contenant 70^2 carreaux et deux domaines D égaux contenant a carreaux chacun.

Puisque $70\sqrt{2} = 98,99 \dots < 100$ et $71\sqrt{2} = 100,40 \dots > 100$, on ne peut pas inscrire de plus grand carré à côté entier dans ce quadrant.

Il reste à compter le nombre a de carreaux dans D.

Figure 2

domaine D agrandi



Considérons une bande horizontale de 1 mm d'épaisseur contenue dans D dont la figure 2 est un agrandissement.

Cette bande est définie par sa « hauteur » h c'est-à-dire la distance de H au centre du disque.

Le nombre $N(h)$ de carreaux entiers contenus dans cette bande est égal à la partie entière de HK , c'est à dire la partie entière de $\sqrt{100^2 - h^2}$

h varie de 71 à 100, donc $a = N(71) + N(72) + N(73) + \dots + N(100)$

$$a = 70 + 69 + 68 + 67 + 66 + 64 + 63 + 62 + 61 + 60 + 58 + 57 + 55 + 54 + 52 + 51 + 49 + 47 + 45 + 43 + 41 + 39 + 36 + 34 + 31 + 28 + 24 + 19 + 14 + 0 = 1427.$$

Le nombre total de carreaux contenus dans le disque entier est donc égal à $4 \times (2a + 70^2) = 4 \times (2 \times 1427 + 4900) = \mathbf{31016}$.

Proposons une résolution algorithmique, par exemple sous *Algobox*:

```

1  VARIABLES
2  i EST_DU_TYPE NOMBRE
3  j EST_DU_TYPE NOMBRE
4  n EST_DU_TYPE NOMBRE
5  d EST_DU_TYPE NOMBRE
6  DEBUT_ALGORITHME
7  n PREND_LA_VALEUR 0
8  POUR i ALLANT_DE 1 A 100
9  DEBUT_POUR
10  POUR j ALLANT_DE 1 A 100
11  DEBUT_POUR
12  d PREND_LA_VALEUR sqrt(pow(i,2)+pow(j,2))
13  SI (d<=100) ALORS
14  DEBUT_SI
15  n PREND_LA_VALEUR n+1
16  FIN_SI
17  FIN_POUR
18  FIN_POUR
19  n PREND_LA_VALEUR 4*n
20  AFFICHER n
21  FIN_ALGORITHME

```

8. UN COIN DE PELOUSE

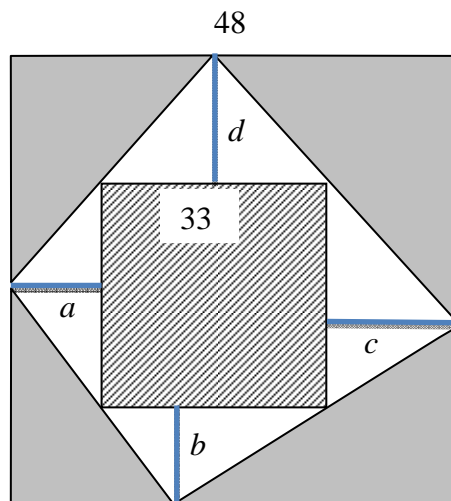
Notons a, b, c, d les hauteurs des 4 triangles de base 33 (en blanc sur la figure ci-dessous).

On a : $a + c + 33 = b + d + 33 = 48$ donc $a + c = b + d = 15$ et $a + b + c + d = 30$.

La somme des aires de ces 4 triangles est $\frac{33}{2}(a + b + c + d) = 33 \times 15 = 495$.

Par soustraction, l'aire de la pelouse est égale à $48^2 - 33^2 - 495 = 720$.

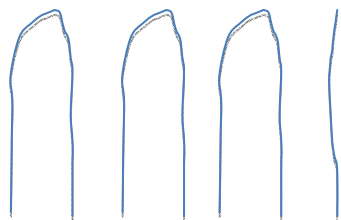
La pelouse a une aire de $\mathbf{720 \text{ m}^2}$.



9. NOUONS DES LIENS

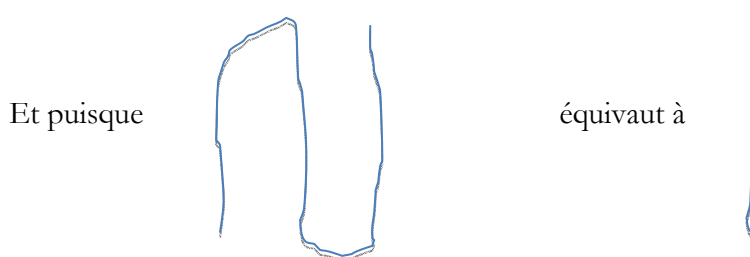
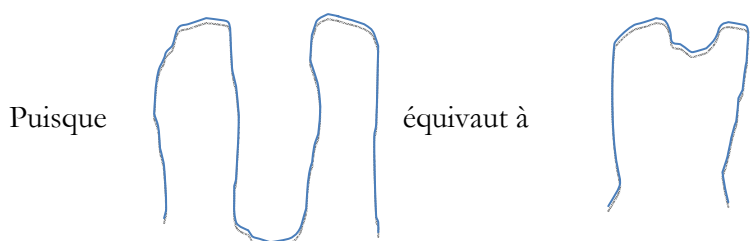
Au départ, on a 7 brins et 0 boucle.

Après avoir fait les 3 nœuds du dessus, on a ceci :

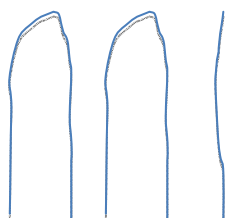


En bas, lors du premier nœud, il y a $\binom{7}{2} = 21$ appariements possibles dont 3 forment une boucle.

La probabilité de ne pas avoir fait de boucle est donc $\frac{18}{21} = \frac{6}{7}$.



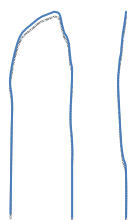
si on n'a pas fait de boucle au premier nœud du bas, c'est qu'on est dans une situation équivalente à



Lors du deuxième nœud du bas, il y a $\binom{5}{2} = 10$ appariements possibles dont 2 forment une boucle.

La probabilité de ne pas faire de boucle au deuxième nœud du bas, sachant qu'on n'en a pas fait au premier est donc $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$.

Si on n'a pas fait de boucle au 2^{ème} nœud du bas, c'est qu'on est dans une situation équivalente à



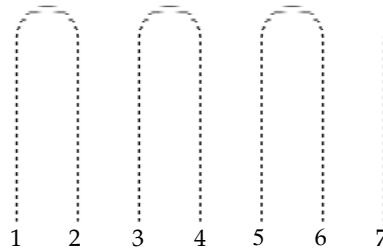
dans laquelle on a 2 chances sur 3 de ne pas faire de boucle.

Finalement, la probabilité que Gaston ne fasse pas de boucle est égale à $\frac{6}{7} \times \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{35}$.

Cela fait environ **46% de chances** de récupérer une ficelle d'un seul tenant.

Autre proposition de résolution, moins élégante, mais sans combinaisons :

On peut toujours supposer que les brins reliés sont les brins 1 et 2 ; 3 et 4 ; 5 et 6.



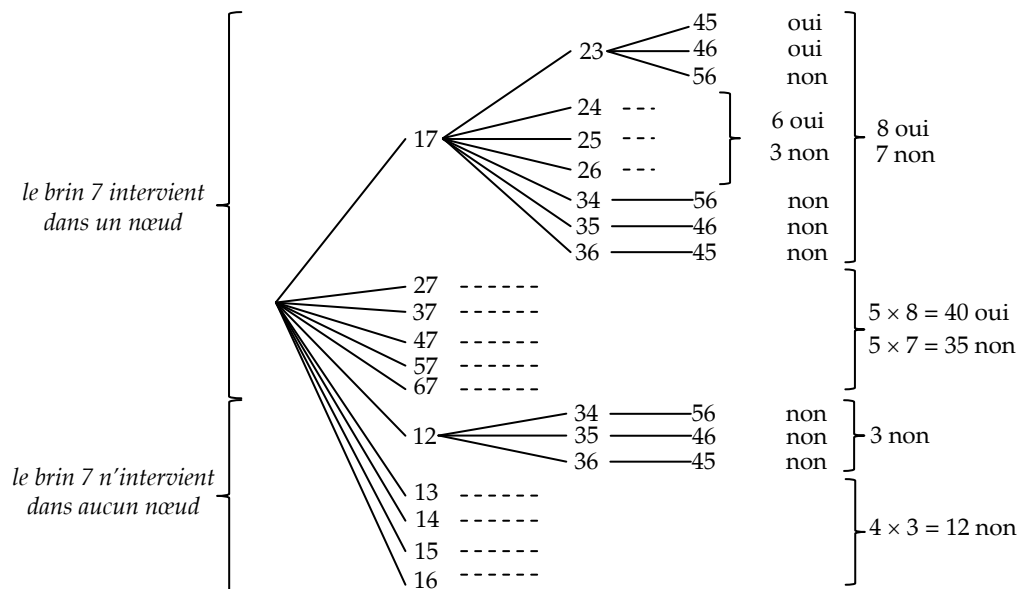
Chaque nœud est noté ab où a et b sont les numéros des brins noués ensemble.

Afin d'éviter les doublons $a < b$ dans le nœud ab.

Sur l'arbre ci-dessous, si le 7 intervient dans un nœud, ce nœud est écrit en premier. Afin d'éviter de citer deux fois la même répartition des brins, un ordre est donné.

Exemple : 17-23-45 est la même répartition que 17-45-23. On présente sur l'arbre 17-23-45 car $2 < 4$

Les répartitions fournissant une unique ficelle sont notées « oui » et les autres sont notées « non ».



Quelques explications sur les « non » :

La répartition 17-23-56	La répartition 17-35-46	La répartition 12-34-56
Les répartitions ayant pour nœud 12 ou 34 ou 56 forment au moins deux ficelles.	Les répartitions ayant deux nœuds réalisés avec 1, 2, 3 et 4 ou 1, 2, 5 et 6 ou 3, 4, 5 et 6 forment au moins deux ficelles.	Les répartitions n'utilisant pas le brin 7 forment plus d'une ficelle.

Au total, il y a 48 répartitions donnant une ficelle et 57 répartitions donnant au moins deux ficelles.

La probabilité d'avoir une seule ficelle est donc $\frac{48}{48+57} \approx 46\%$.

En bonus, deux autres algorithmes, sous *algobox* :

Algorithme « Age du prof »

```
1  VARIABLES
2  n EST_DU_TYPE NOMBRE
3  p EST_DU_TYPE NOMBRE
4  DEBUT_ALGORITHME
5  POUR n ALLANT_DE 20 A 40
6  DEBUT_POUR
7  POUR p ALLANT_DE 25 A 65
8  DEBUT_POUR
9  SI (p>1.226*n+18.193 ET p<1.228*n+18.194) ALORS
10 DEBUT_SI
11 AFFICHER n
12 AFFICHER " ; "
13 AFFICHER p
14 FIN_SI
15 FIN_POUR
16 FIN_POUR
17
18 FIN_ALGORITHME
```

Algorithme « Carrés en rond »

```
1  VARIABLES
2  i EST_DU_TYPE NOMBRE
3  S EST_DU_TYPE NOMBRE
4  DEBUT_ALGORITHME
5  S PREND_LA_VALEUR 0
6  POUR i ALLANT_DE 1 A 100
7  DEBUT_POUR
8  S PREND_LA_VALEUR S+floor(sqrt(pow(100,2)-pow(i,2)))
9  FIN_POUR
10 S PREND_LA_VALEUR 4*S
11 AFFICHER S
12 FIN_ALGORITHME
```



Université de Bourgogne - U.F.R. Sciences et Techniques - IREM –
9, avenue Savary - B.P. 47 870 - 21078 DIJON cedex
☎ 03 80 39 52 30 - Télécopie 03 80 39 52 39
e-mail "iremsecr@u-bourgogne.fr"
<http://math.u-bourgogne.fr/IREM/>