

DEUXIÈME PALIER POUR LA MAÎTRISE DU SOCLE COMMUN :
COMPÉTENCES ATTENDUES À LA FIN DU CM2

Compétence 3 : (pages 27 et 28)

Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique

- reconnaître, décrire et nommer les figures et solides usuels ;
- utiliser la règle, l'équerre et le compas pour vérifier la nature de figures planes usuelles et les construire avec soin et précision ; - utiliser les unités de mesure usuelles ; utiliser des instruments de mesure ; effectuer des conversions ;
- résoudre des problèmes relevant des quatre opérations, de la proportionnalité, et faisant intervenir différents objets mathématiques : nombres, mesures, "règle de trois", figures géométriques, schémas ;
- savoir organiser des informations numériques ou géométriques, justifier et apprécier la vraisemblance d'un résultat ; - lire, interpréter et construire quelques représentations simples : tableaux, graphiques.

Compétence 7 : (page 28)

L'autonomie et l'initiative

L'élève est capable de :

- respecter des consignes simples en autonomie ;
- montrer une certaine persévérance dans toutes les activités ;
- commencer à savoir s'auto-évaluer dans des situations simples ;
- s'impliquer dans un projet individuel ou collectif ;

CYCLE DES APPROFONDISSEMENTS
PROGRESSIONS POUR LE COURS ÉLÉMENTAIRE DEUXIÈME ANNÉE ET LE COURS
MOYEN

Géométrie (page 23)

L'objectif principal de l'enseignement de la géométrie du CE2 au CM2 est de permettre aux élèves de passer progressivement d'une reconnaissance perceptive des objets à une étude fondée sur le recours aux instruments de tracé et de mesure.

Les relations et propriétés géométriques :alignement, perpendicularité, parallélisme, égalité de longueurs, symétrie axiale, milieu d'un segment.

L'utilisation d'instruments et de techniques :règle, équerre, compas, calque, papier quadrillé, papier pointé, pliage.

Les figures planes : le carré, le rectangle, le losange, le parallélogramme, le

triangle et ses cas particuliers, le cercle :

- description, reproduction, construction ;
- vocabulaire spécifique relatif à ces figures : côté, sommet, angle, diagonale, axe de symétrie, centre, rayon, diamètre ;
- agrandissement et réduction de figures planes, en lien avec la proportionnalité.

Les solides usuels : cube, pavé droit, cylindre, prismes droits, pyramide.
 - reconnaissance de ces solides et étude de quelques patrons ; - vocabulaire spécifique relatif à ces solides : sommet, arête, face.

Les problèmes de reproduction ou de construction de configurations géométriques diverses mobilisent la connaissance des figures usuelles. Ils sont l'occasion d'utiliser à bon escient le vocabulaire spécifique et les démarches de mesurage et de tracé.

Mathématiques (page 39)

Les tableaux suivants donnent des repères pour l'organisation de la progressivité des apprentissages par les équipes pédagogiques. Seules des connaissances et compétences nouvelles sont mentionnées dans chaque colonne.

Pour chaque niveau, les connaissances et compétences acquises dans la classe antérieure sont à consolider.

	Cours moyen première année	Cours moyen deuxième année
G é o m é t r i e	<p>Dans le plan</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître que des droites sont parallèles. - Utiliser en situation le vocabulaire géométrique : points alignés, droite, droites perpendiculaires, droites parallèles, segment, milieu, angle, axe de symétrie, centre d'un cercle, rayon, diamètre. - Vérifier la nature d'une figure plane simple en utilisant la règle graduée, l'équerre, le compas. - Décrire une figure en vue de l'identifier parmi d'autres figures ou de la faire reproduire. <p>Dans l'espace</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître, décrire et nommer les solides droits : cube, pavé, prisme. - 	<p>Dans le plan</p> <ul style="list-style-type: none"> - Utiliser les instruments pour vérifier le parallélisme de deux droites (règle et équerre) et pour tracer des droites parallèles. - Vérifier la nature d'une figure n ayant recours aux instruments. - Construire une hauteur d'un triangle. - Reproduire un triangle à l'aide d'instruments. <p>Dans l'espace</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître, décrire et nommer les solides droits : cube, pavé,

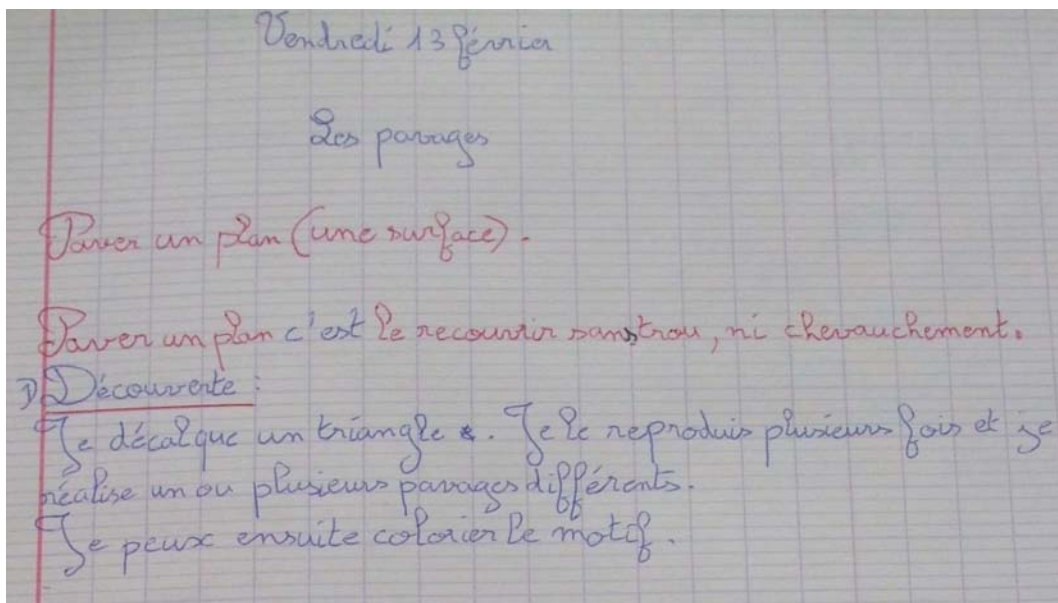
<p>Reconnaître ou compléter un patron de cube ou de pavé.</p> <p>Problèmes de reproduction, de construction</p> <ul style="list-style-type: none"> - Compléter une figure par symétrie axiale. - Tracer une figure simple à partir d'un programme de construction ou en suivant des consignes. 	<p>cylindre, prisme.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître ou compléter un patron de solide droit. <p>Problèmes de reproduction, de construction</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tracer une figure (sur papier uni, quadrillé ou pointé), à partir d'un programme de construction ou d'un dessin à main levée (avec des indications relatives aux propriétés et aux dimensions).
---	---

Classe CM1 : Mme EULER Evelyne

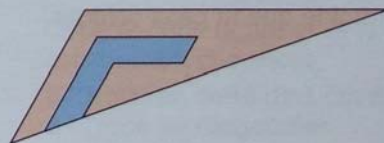
Dès février 2009, en préalable aux ateliers du musée, **activités en classe le vendredi 13 février 2009 :**

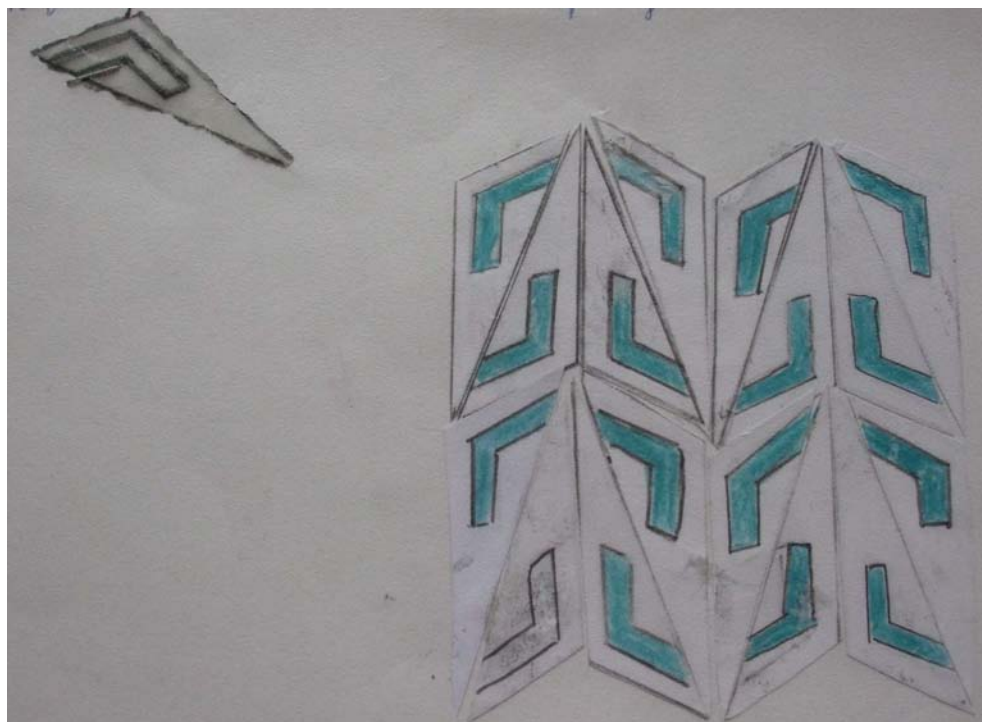
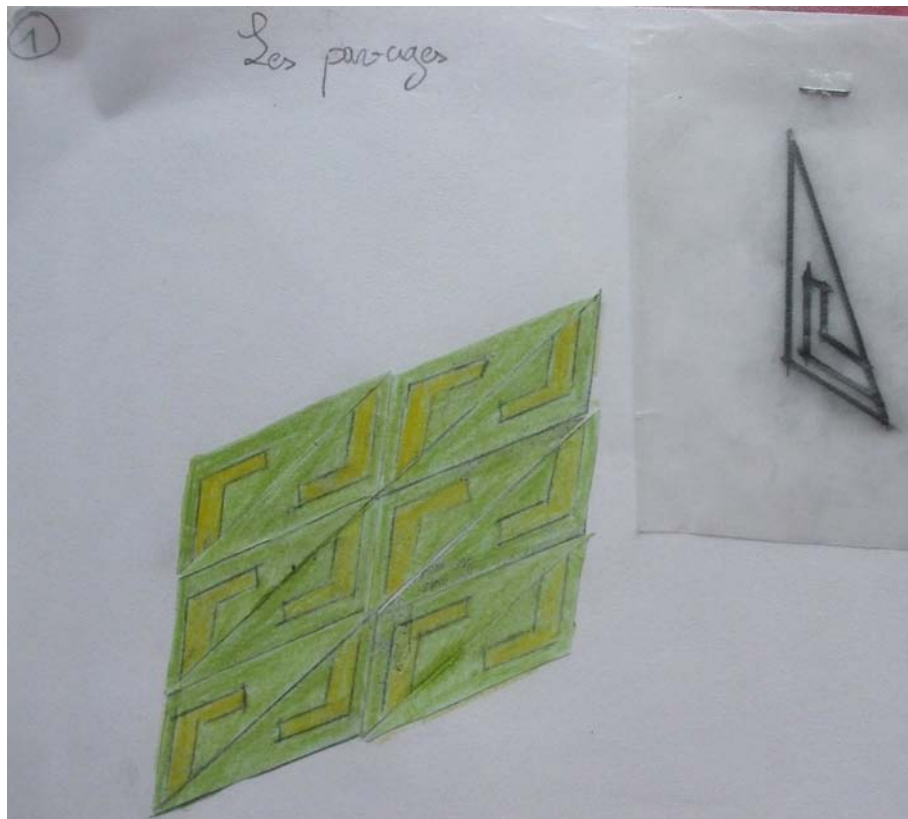
à partir de leur livre de mathématiques (Peltier Marie-Lise, Bia Jeanne, Maréchal Claude ; CM1 *le nouvel objectif calcul*, ed. Hatier, Paris, février 1995, page 108) :

1^{ère} activité :



2. Décalque et découpe le triangle ci-contre. Utilise-le pour réaliser plusieurs pavages différents. Explique comment tu les as obtenus.





Au final, certains élèves obtiennent un pavage qui part obliquement, mais dont le bord gauche est vertical, d'autres obtiennent pavage horizontal, d'autres ont créé des motifs en chevron.

On le voit ici avec leurs pavages, les élèves ont utilisé une symétrie centrale pour obtenir une maille parallélogramme. Certains s'en sont contentés et ont translaté cette maille, d'autres ont utilisé une symétrie axiale pour obtenir une maille quadruple du motif triangle et ont obtenu, par exemple le pavage en chevrons.

2^{ème} activité, toujours à partir de leur livre de mathématiques (Peltier Marie-Lise, Bia Jeanne, Maréchal Claude ; CM1 *le nouvel objectif calcul*, ed. Hatier, Paris, février 1995, page 108) :

47

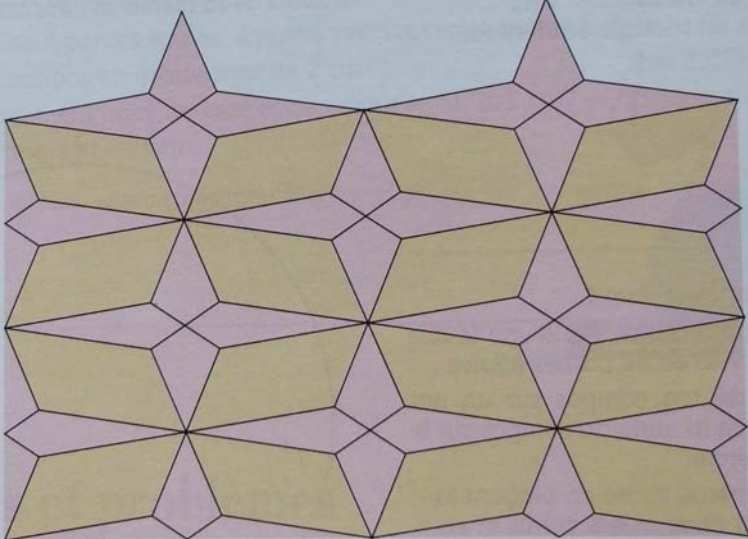
Géométrie : agencement de figures planes

Retrouver le motif de base et les différentes transformations géométriques qui permettent de constituer un pavage.

Découverte

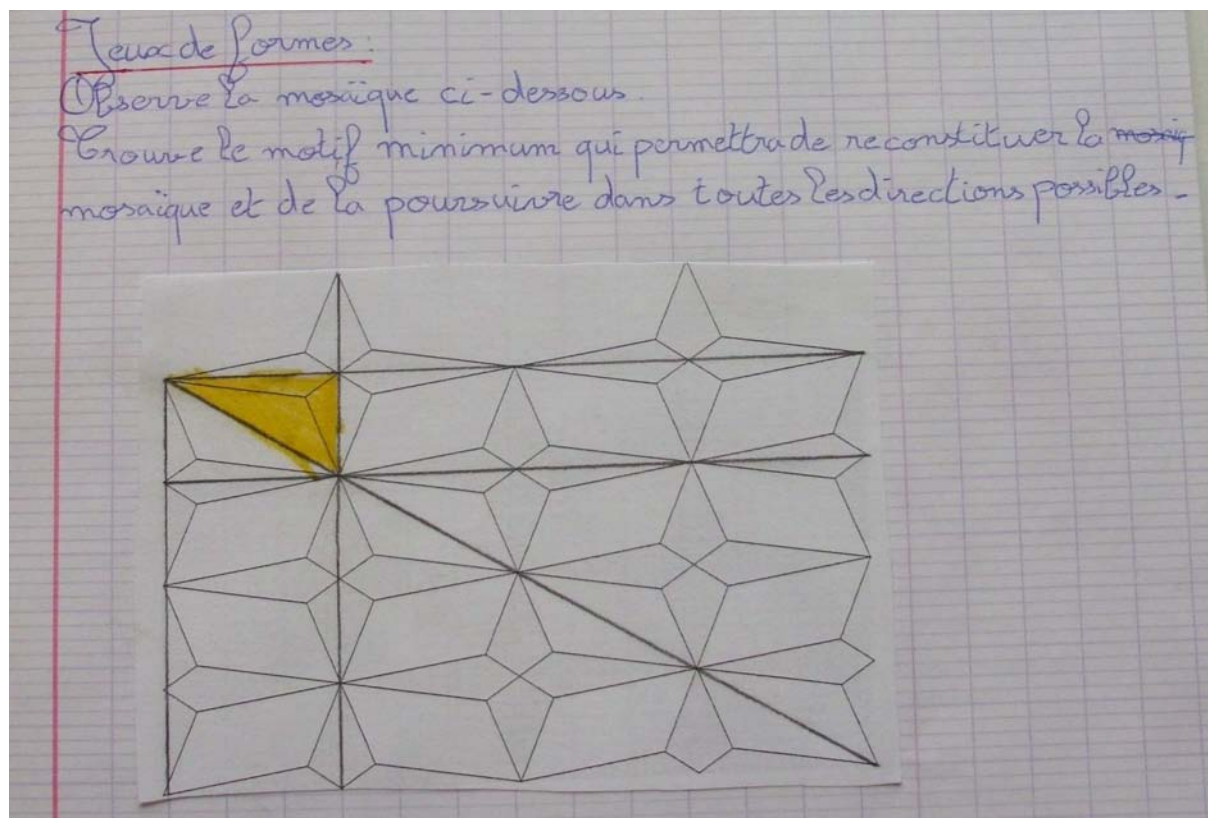
Jeu de formes
Observe la mosaïque ci-dessous.

1. Trouve le motif minimum qui permettra, en le combinant, de reconstituer la mosaïque et la poursuivre dans toutes les directions possibles. Utilise un papier-calque.



Consigne : retrouver le motif minimum

Contrairement à ce qui est demandé dans l'énoncé, ils ont eu du mal avec le calque. Ils ont changé de méthode et ont préféré tracer les axes de symétrie.



Remarque : l'utilisation du papier calque permettrait, si tout le pavage était décalqué, de reconnaître si le pavage est invariant par telle ou telle transformation. L'enseignante n'avait pas photocopié le pavage sur calque, laissant les élèves décalquer eux-mêmes la maille ou certaines parties de la maille. Quelles étaient d'ailleurs les intentions des auteurs du livre ?

Explications données en classe lors de l'exploitation de l'activité 1 : on parle de symétries centrale et axiale.

Poursuite du travail en **atelier au musée**. 3 séances de 2h chacune.

1^{ère} Séance au musée : lundi 16 février 2009

Promenade à l'intérieur du musée, à la découverte de pavages sur différents tableaux, dans quelques salles du musée. L'activité devait se dérouler avec une plasticienne du musée, Mme Sylvie Denisot. Celle-ci s'est fait accompagner de Mme Bocaccio, guide-conférencière. Nous retrouverons ces deux intervenantes lors des deux autres séances d'atelier.

A l'aide de règles improvisées dans du carton-plume, les élèves reproduisent des pavages ou dallages qui pavent le sol de tableaux. Ils reproduisent également certaines parties du plancher de la salle des sculptures au musée. Trois tableaux ont été observés, dont le dernier plus brièvement, faute de temps.

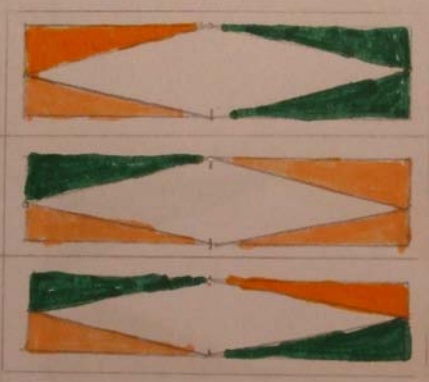
L'enseignante aurait voulu que les élèves puissent être assis à des tables et qu'ils construisent précisément les polygones reconnus sur les sols des tableaux, mais les animatrices ont privilégié l'observation in situ et une réalisation approchée (pas tout à fait à main levée puisque les élèves disposaient de « règles » improvisées). Après avoir dessiné le squelette d'un pavage, les élèves remplissent les cases en coloriant à l'aide de feutres.

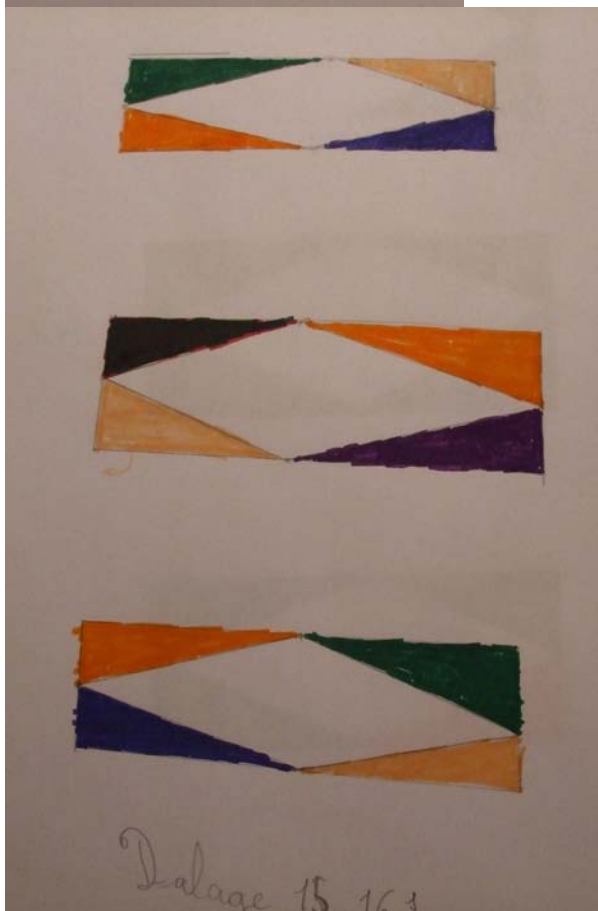
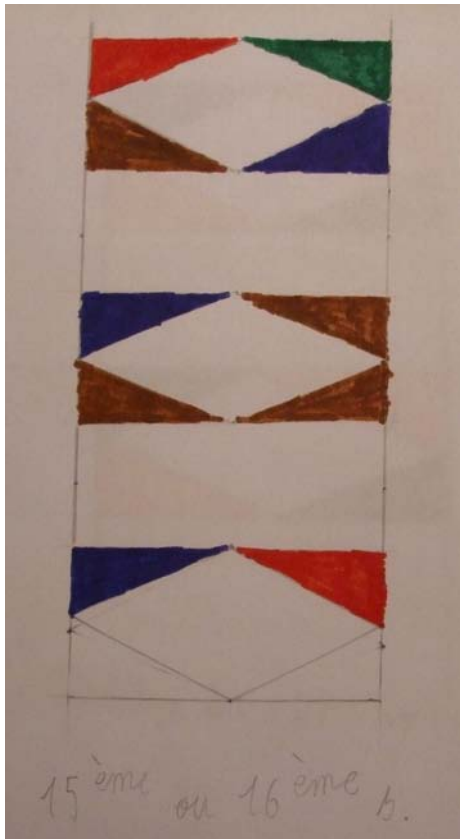
Dalles du XV et XVI



Dallage du XVI^{ème} XV^{ème} siècle.

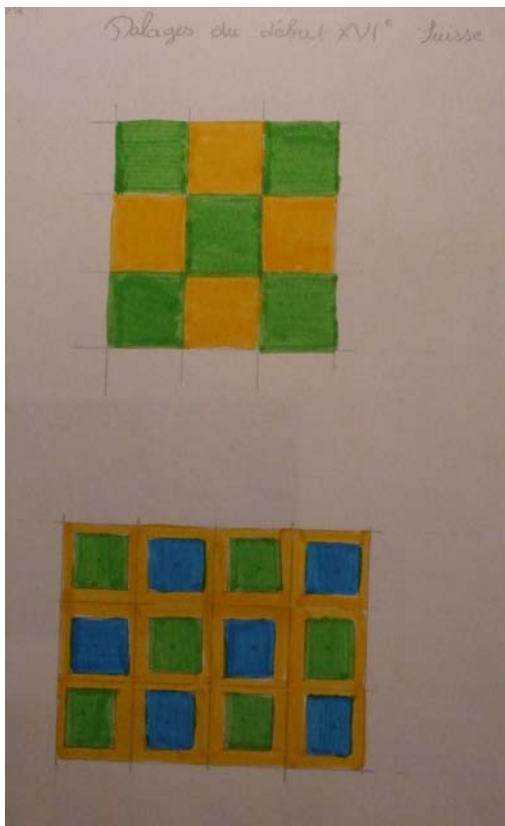
dalye de
15° et 16°



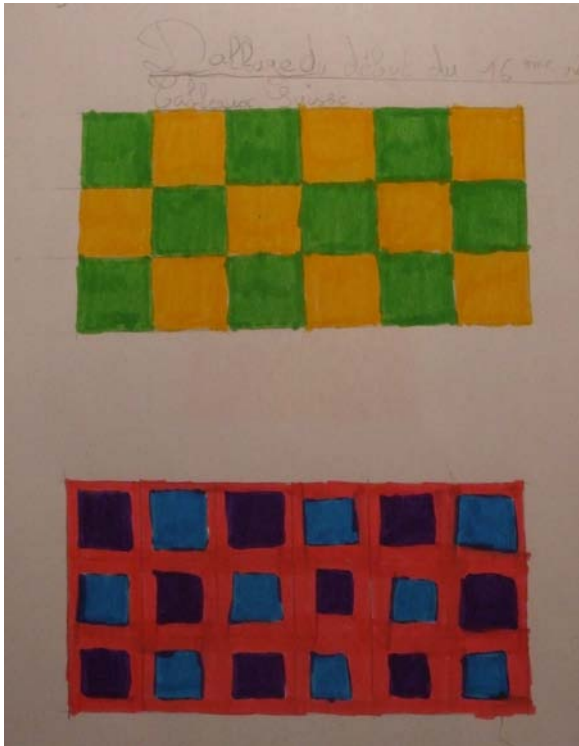
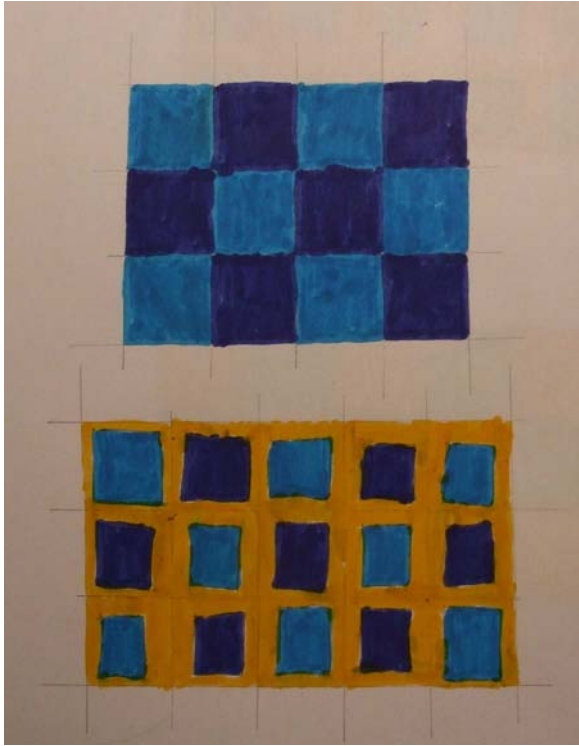


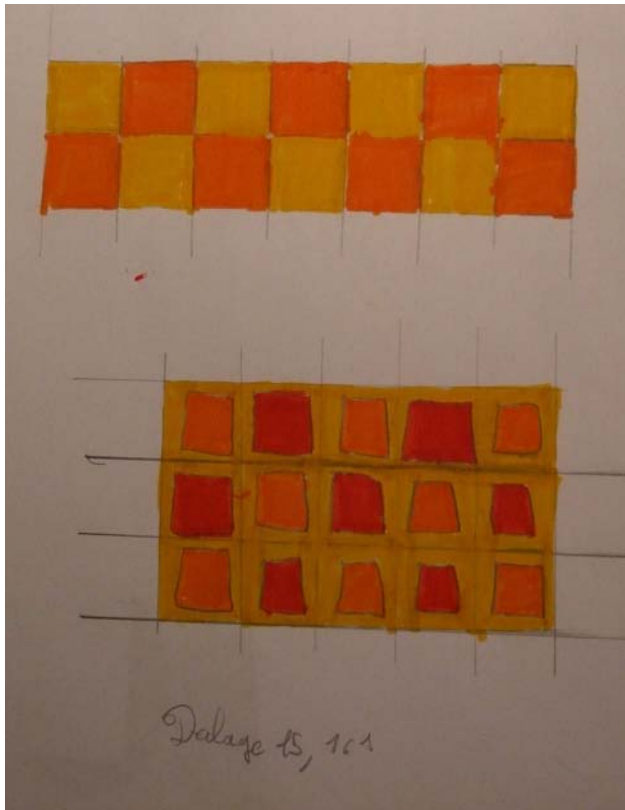
ce qui frappe lors de cette première observation-réalisation :

- c'est tout d'abord dans le choix des couleurs : peu d'élèves ont voulu respecter les couleurs ocres (plus ou moins foncés ou rouges) des carreaux du carrelage
- les élèves ont déjà entendu parler de pavages, mais ils dessinent des rectangles qui ne sont pas contigus (sauf une élève). Parfois même les rectangles ne sont pas dessinés entre deux lignes parallèles, un dessin présente même des différences de tailles significatives (s'agit-il d'un essai de représentation en perspective comme sur le tableau ?)

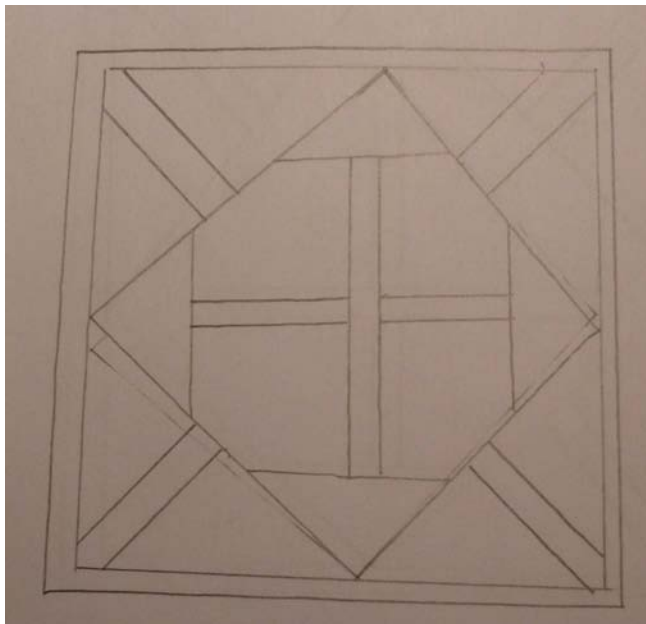


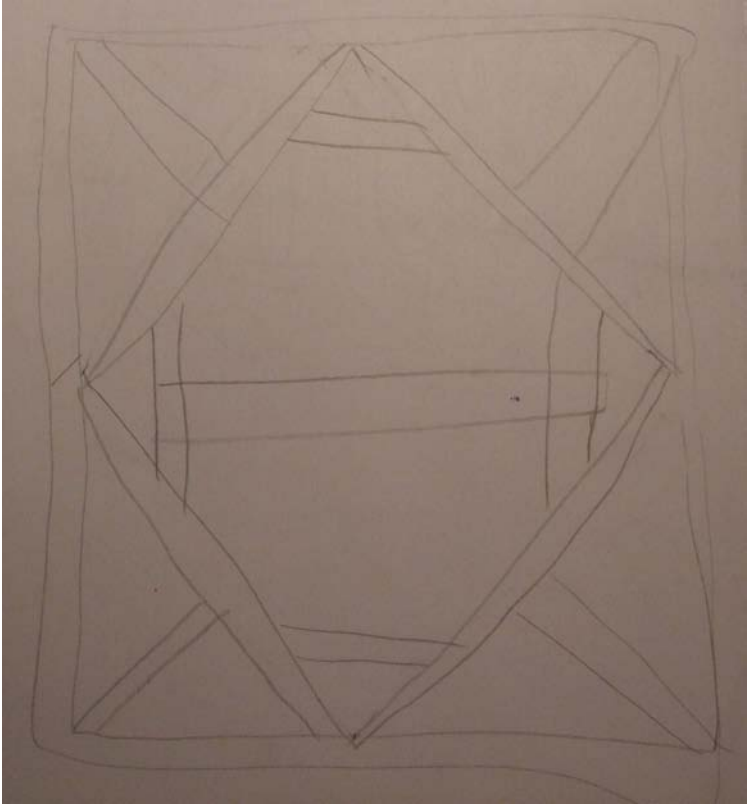
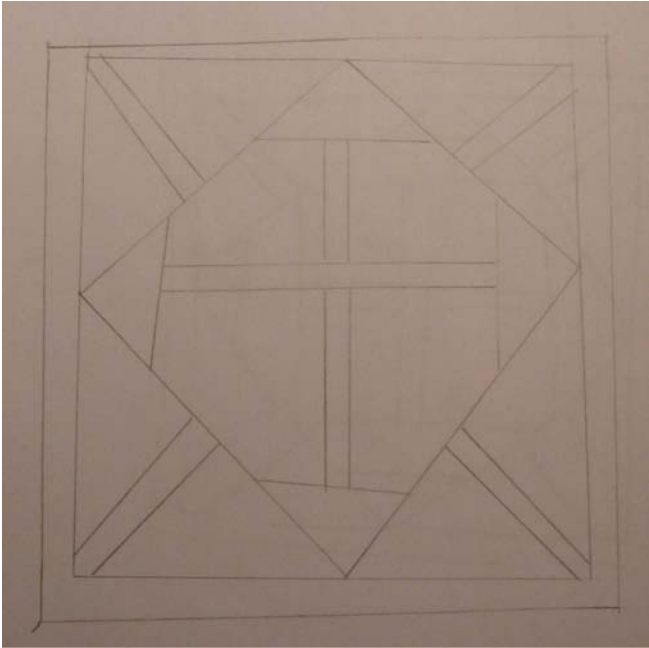
on le voit tout de suite, ces reproductions sont différentes : les carrées sont collés, il y a une trame dessinées (sorte de rails qui permettront la réalisation du pavage à maille carrée). Mais le choix des couleurs est parfois surprenant :

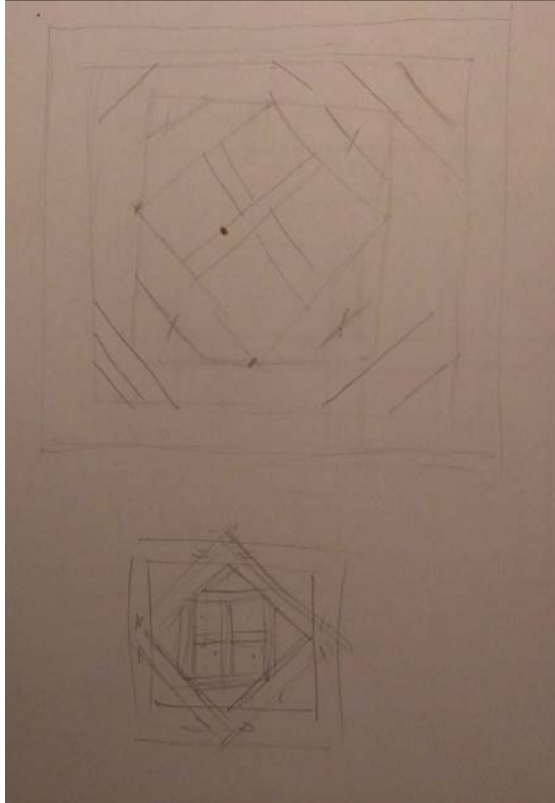
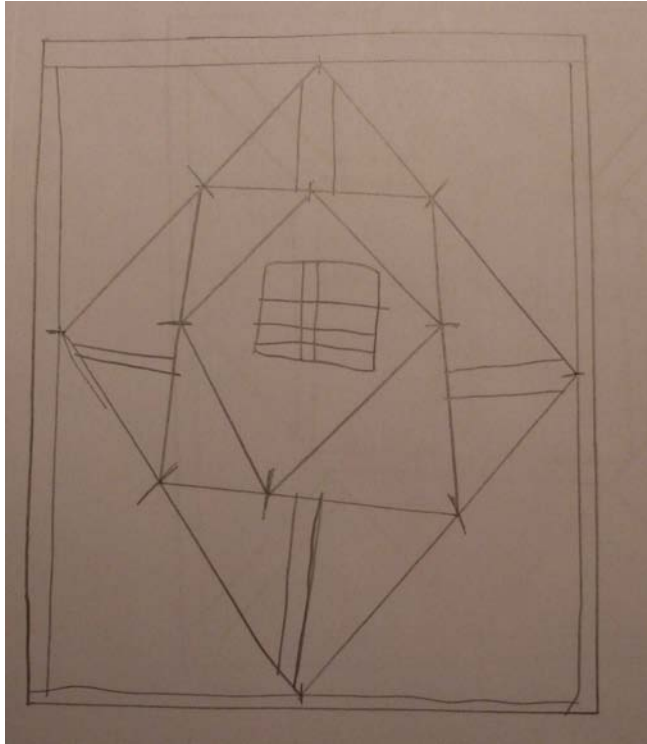




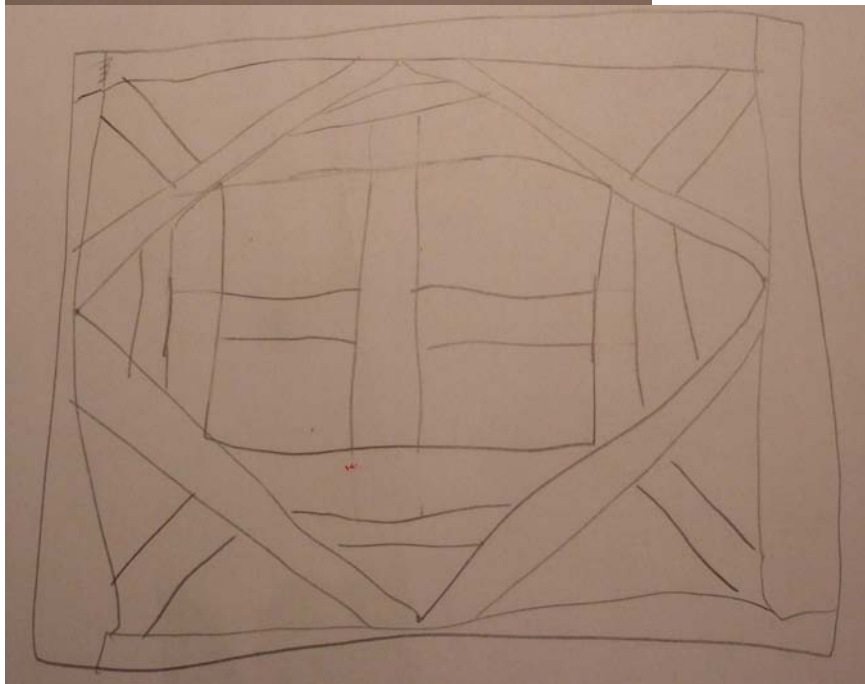
pour reproduire une maille du plancher, les stratégies sont différentes : certains élèves utilisent leur « règle » et prennent parfois du temps pour « réussir » leur carrés ou la recherche des milieux (difficile avec leur morceau de carton-plume non gradué), d'autres se contentent d'une reproduction « à main levée », peu précise sur le plan de la construction, mais plus efficace pour nous faire voir la maille en bois ?







pour la feuille ci-dessus, il y a manifestement eu l'intervention d'un adulte pour compléter la réalisation de l'élève.



2^{ème} séance au musée : lundi 9 mars 2009

dans les ateliers du musée, avec Mmes Sylvie Denisot et Liliane Bocaccio.

Les élèves, par groupes de deux ou trois élèves, ou seuls, réalisent des pavages à l'aide d'enveloppes.

Extrait de Misset Lydia, *1^{ère} L mathématiques-informatique*, ed. Hachette, collection déclic, Paris 2007, page 138.

2. La technique de l'enveloppe

On peut regarder les dessins d'Escher ou consulter le site :

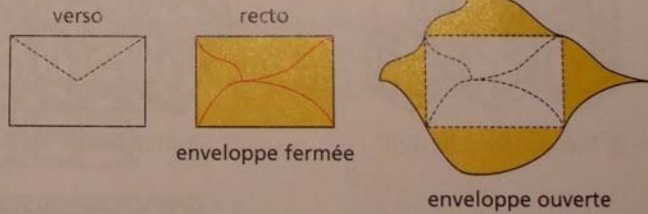
http://perso.orange.fr/therese.eveilleau/pages/jeux_mat/textes/pavage_enveloppe.html

ou taper « pavages et enveloppe » sur un moteur de recherche.

a) À partir d'un rectangle

Ce rectangle est une enveloppe : on commence d'abord par fermer l'enveloppe. Au recto de cette enveloppe, on trace des lignes partant des sommets du rectangle et qui se rejoignent en un point (voir schéma du recto). On découpe ensuite suivant ces lignes et on ouvre l'enveloppe.

Il reste à faire des translations pour obtenir un pavage.



les élèves disposent d'une enveloppe rectangulaire, assez épaisse. Ils ont à dessiner quatre lignes à partir d'un point d'une face de l'enveloppe, vers chacun des quatre « coins ». Ils découpent ensuite avec un cutter et déplient leur enveloppe dont ils se servent comme gabarit pour paver une grande feuille à dessin.

Il apparaît nécessaire de leur faire tracer une ligne « horizontale » qui leur servira de repère pour effectuer les translations nécessaires à la réalisation de la première ligne du pavage. Lors des explications, ils entendront les mots de translation, mais aussi de glissement, de rotation (d'angle 180°), symétrie centrale : en effet, lors de la réalisation de la deuxième ligne du pavage, les mailles sont glissées-tournées pour être « la tête en bas ». pour la ligne suivante, il y aura un deuxième glissement-rotation pour remettre le motif « la tête en haut ».





A la fin de cette séance, lorsque plusieurs « canevas » se sont trouvés affichés sur les murs, un élève très déçu a dit « finalement on a tous fait les même pavages ». Il s'était imaginé que, puisque les élèves avaient le choix du point sur l'enveloppe, que chacun reliait comme il l'entendait chacun des quatre sommets, les pavages allaient tous être différents et il se retrouve avec des pavages qui se ressemblent tous. En effet, visuellement, on a l'impression, de loin, que tous les pavages sont à maille parallélogramme, tous avec des mailles de même taille (note de l'accompagnatrice).

3^{ème} séance : lundi 16 mars 2009

les enfants décorent le pavages, commencent à peindre. Plusieurs techniques sont proposées au choix des élèves :

- peinture avec application de papier journal
- peinture avec application de papier bulles
- peinture et craies grasses

la consigne est de n'utiliser que deux couleurs, au choix.









Les activités au musée se sont arrêtées-là. Certains élèves n'auront pas terminé la mise en couleur de leur pavage, ils seront frustrés. Une 4^{ème} séance aurait été bénéfique pour finaliser les dessins et pour faire un bilan de ces activités en présence de la plasticienne.

L'enseignante a poursuivi un travail sur les pavages, en classe, plus précis dans les constructions ou le coloriage.

A partir d'une forme tracée sur papier calque :



A partir d'une forme géométrique ou d'un dessin, les élèves reproduisent un pavage sur feuille A4.

Consigne : recouvrir entièrement la surface de la feuille, trouver comment (symétrie axiale –miroir- retournement, glissements –rotations-, translations. Autrement dit, « se débrouiller » pour que ce soit un pavage sans blancs, avec des mailles « bords à bords ». Il y a eu quelques dessins assez simples, avec des formes régulières. Certains élèves ont dû faire des ajustements, tâtonner pour réaliser une forme élaborée qui permette de répondre au problème posé. L'exploitation à propos de formes qui peuvent paver et d'autres qui ne peuvent pas paver, n'a pas été faite de manière théorique, mais uniquement empirique.



proposition d'un pochoir, recherche et production à partir d'une des formes proposées. Dessins à l'aide des formes découpées et déplacées sur la feuille pour réaliser un pavage (carré, rectangle, losange). Après avoir recouvert le plan, la surface, les enfants doivent décorer le pavage en utilisant trois couleurs seulement.

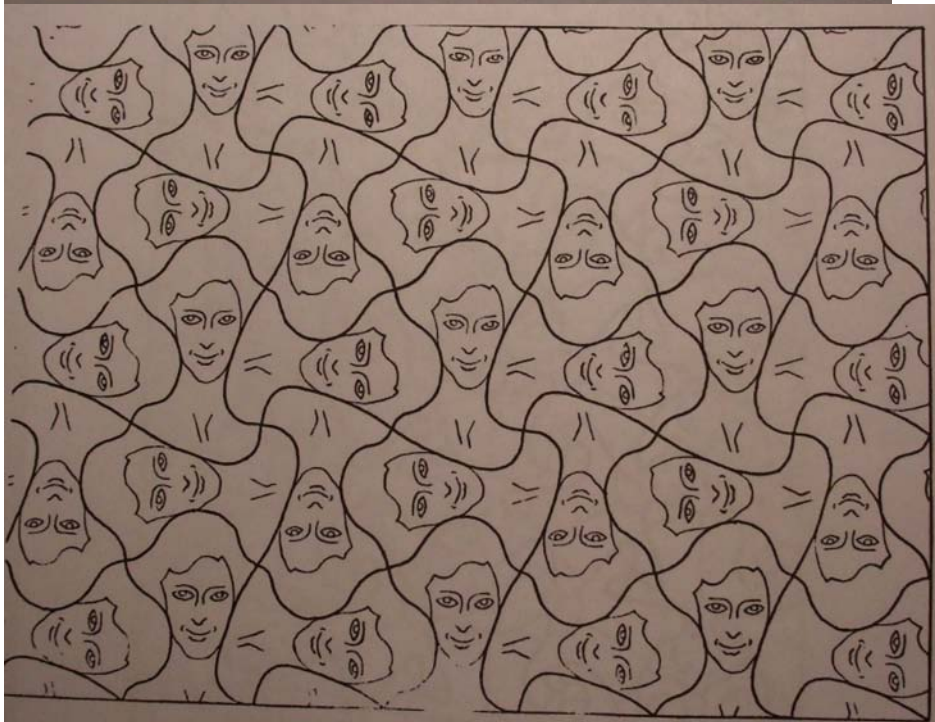
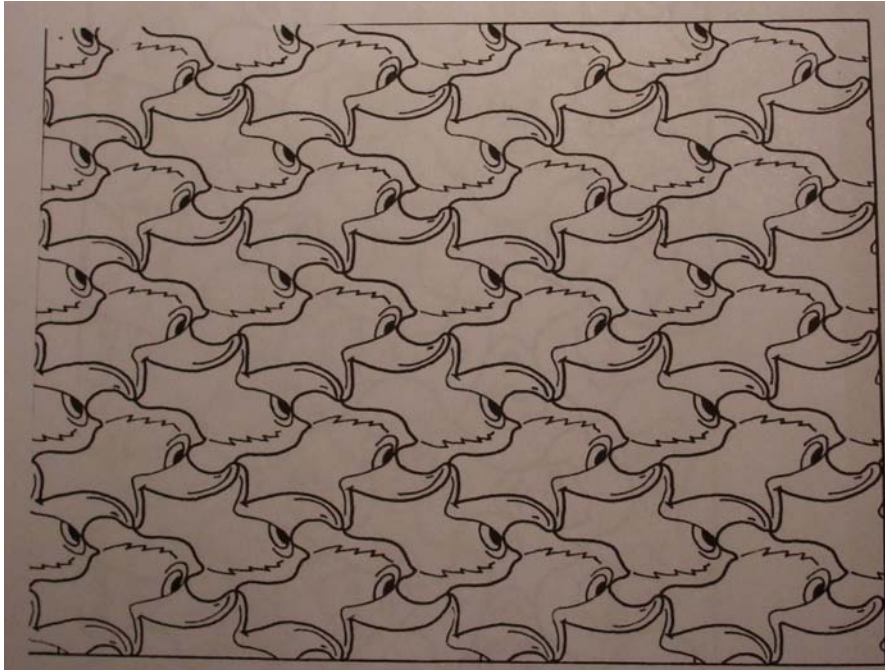


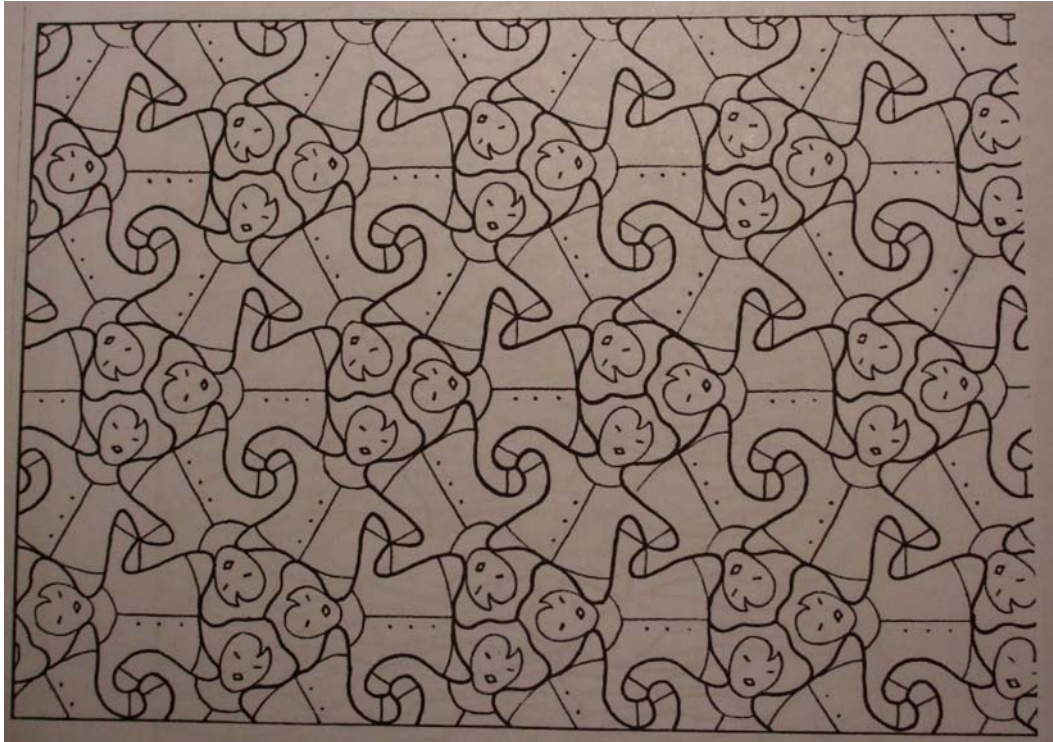
recherche sur internet de pavages, mosaïques, d'animations (pavages qui se réalisent sous les yeux des élèves). Œuvres de Escher, pavages de mosquées (notamment de l'Alhambra de Grenade)

nouvelle séance en classe :

ce travail est encore en cours au 14 mai 2009 :

4 pavages sont proposés au choix des élèves (personnages, animaux, ...) qui doivent reconnaître la maille, éventuellement le motif minimum, retrouver les formes qui le (la) constituent, puis colorier de la même couleur les motifs orientés dans le même sens.





en conclusion (provisoire) : il subsiste encore de nombreux problèmes dans la précision, notamment pour les tracés géométriques (bien que les élèves aient fait d'énormes progrès depuis le début de l'année). Ces élèves manquent encore parfois de rigueur. Ils manquent encore surtout de précision dans le découpage : les générations d'élèves actuels sont moins habitués à ces activités motrices fines. Les exigences sont différentes selon que l'on est enseignant ou que l'on est plasticien.

L'enseignante, Mme Euler, travaille avec sa classe sur bien d'autres projets, non mathématiques, notamment avec l'OCCE, grand prix des embouquineurs Etamine)

Classe CM2 : Mme RACINE Muriel

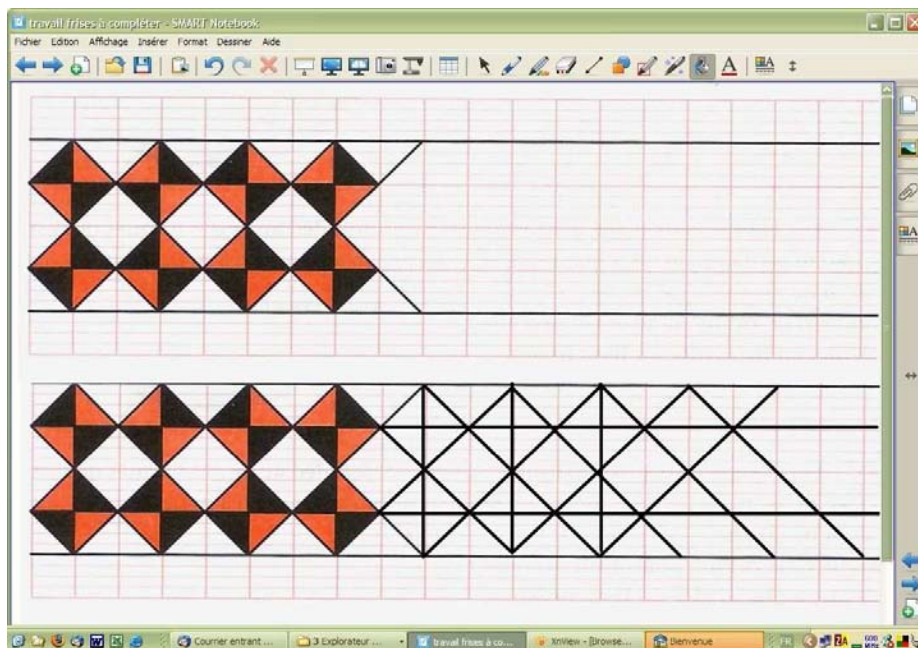
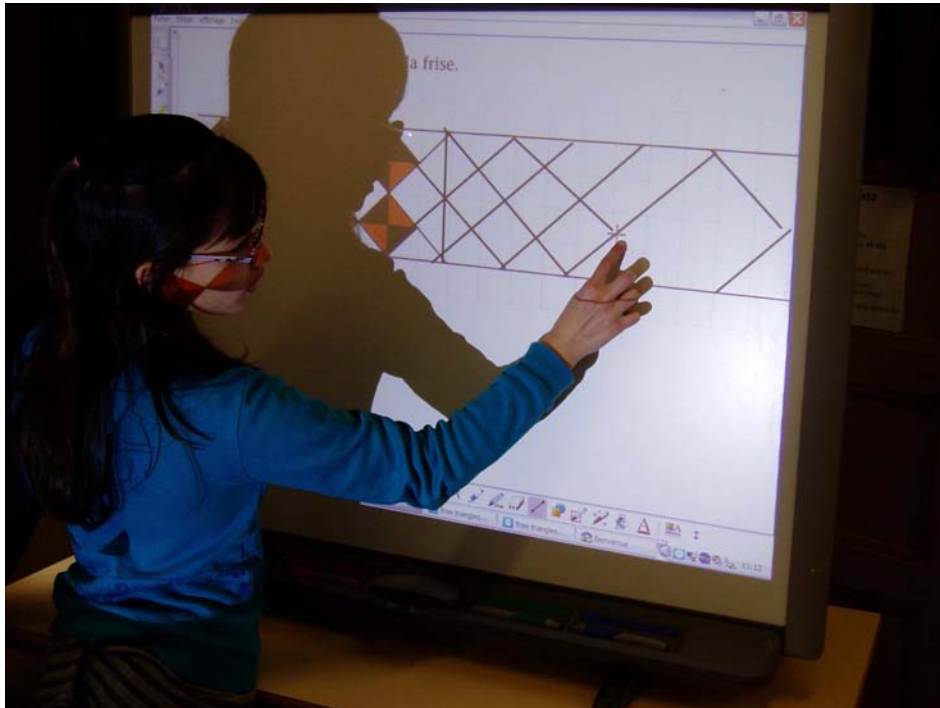
1^{ère} activité : avec un tbi (tableau blanc interactif)

une frise est donnée sur carreaux écolier

consigne : continuer la frise

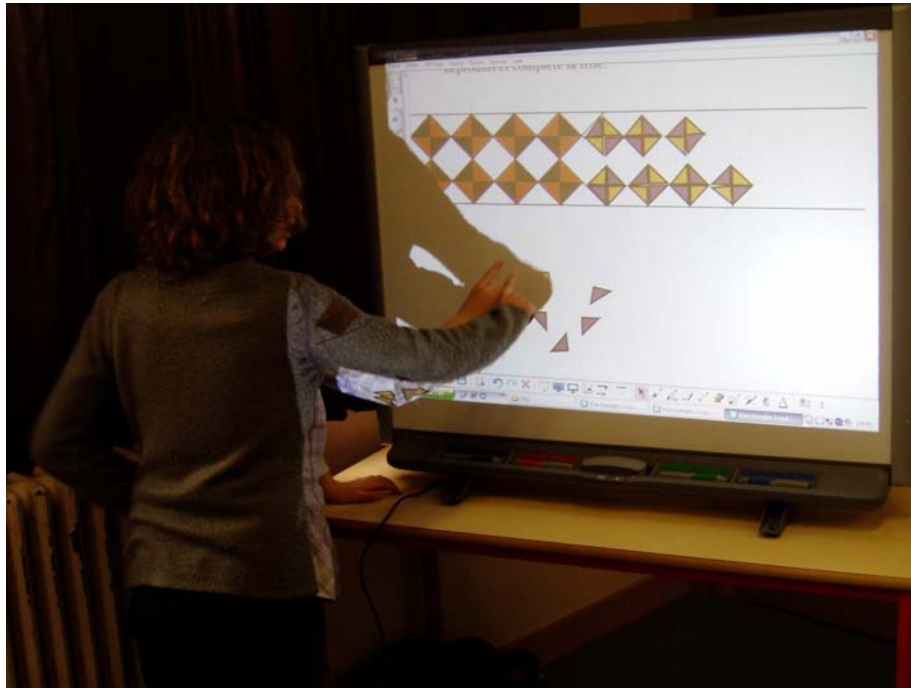
1^{ère} méthode : à partir des lignes

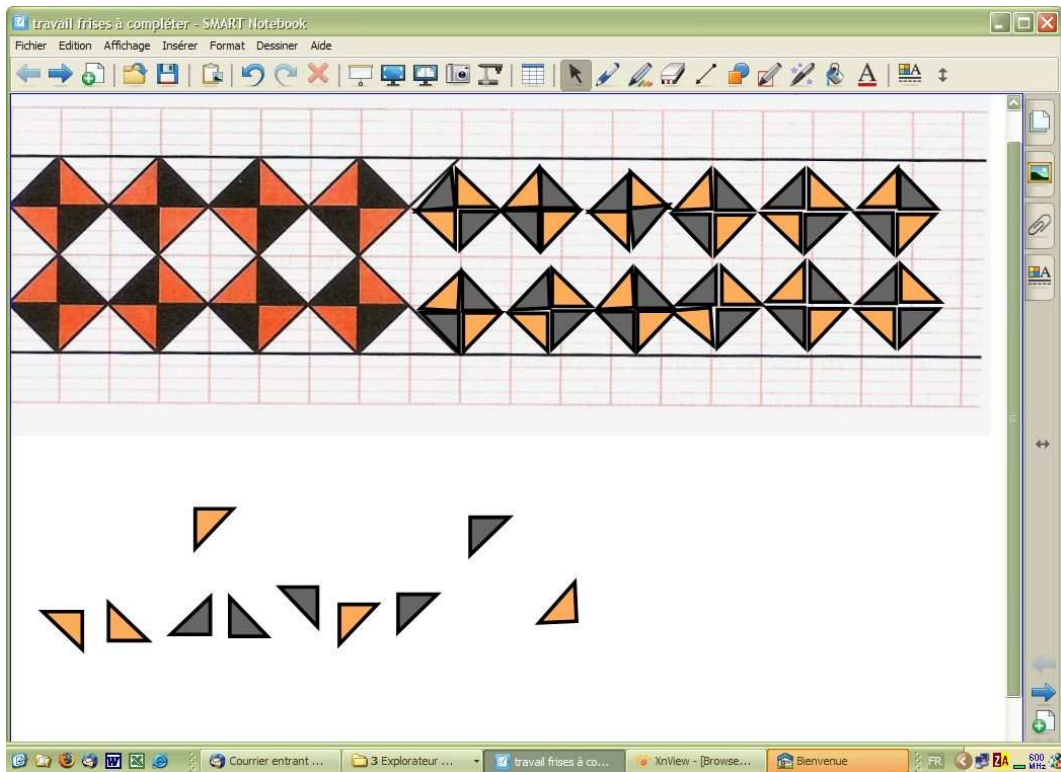
les élèves continuent le squelette de la frise => analyse pour pouvoir continuer. Le tracé s'effectue au doigt sur le tbi.



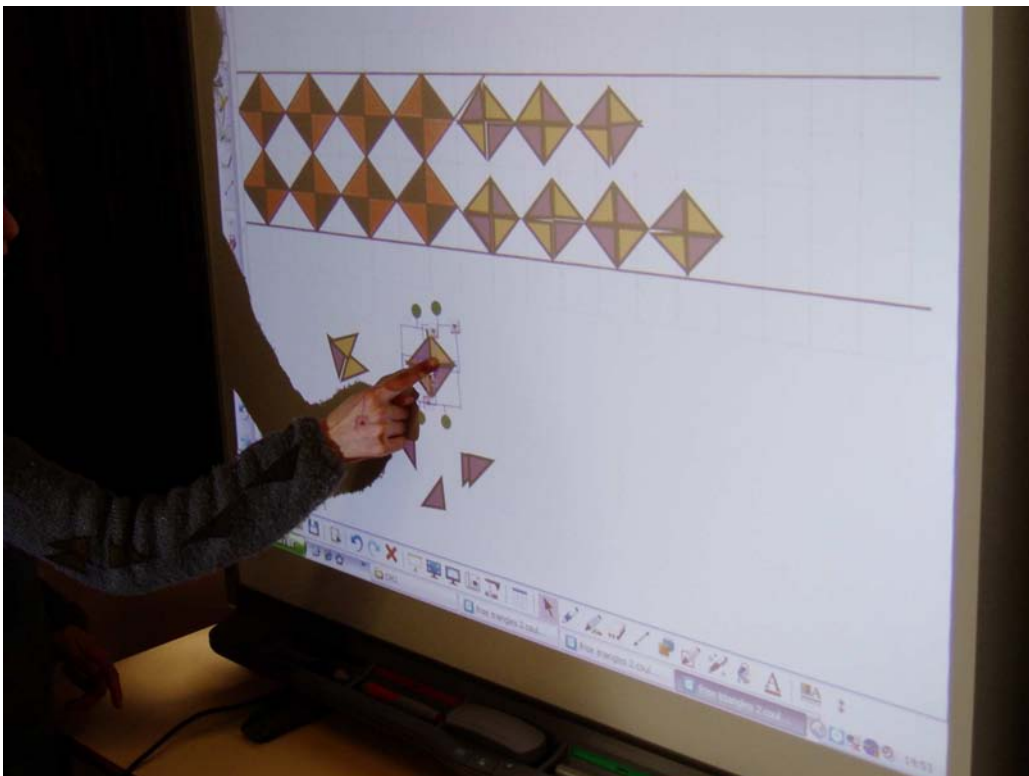
les élèves se sont aperçus qu'ils ne pouvaient pas mettre en couleur, ils ont cherché une autre méthode.

2^{ème} méthode : à partir des formes avec la même frise à continuer, les élèves ont créé (grâce au menu « outils » de leur TBI), un triangle de chaque couleur, puis un triangle de chaque couleur dans chaque orientation. Ils ont ensuite cloné ces formes pour les placer dans la frise (par glissement avec le doigt). En général, cela s'est fait triangle par triangle :





un seul groupe a sélectionné la « demi-maille » pour la reproduire :



ce groupe n'a sélectionné qu'une demi-maille ; en effet, ils n'ont pas vu la symétrie d'axe horizontal (SAH). Ils ont dû recommencer une nouvelle sélection pour la ligne du bas de la frise.

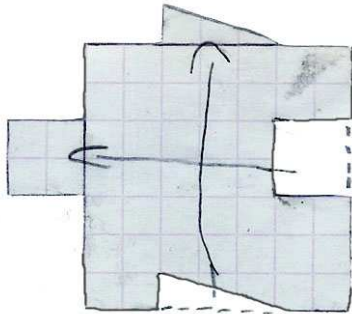
Une maille figurative aurait sans doute permis cette reconnaissance. Les élèves ont travaillé sur du figuratif, mais par manque de temps (le tbi n'était qu'en essai –prêt d'un mois et demi-, de plus, l'enseignante a travaillé sur d'autres projets) la vérification à propos de la SAH n'a pu être mise en place.

2^{ème} activité

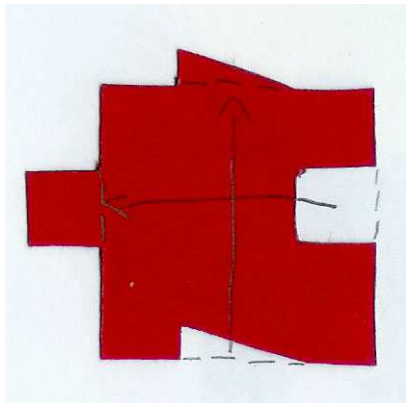
motif simple reproduit par translation

au départ, on donne un carré. Obligation de le transformer puis de paver le plan par deux translations (déplacements, glissements). Par tâtonnement les élèves ont trouvé que ce que « l'on enlève d'un côté, on le rajoute de l'autre » (déplacement par glissement au-delà du côté opposé).

Certains élèves avaient essayé de le mettre sur le côté adjacent et n'obtenaient rien (ça marche pas).



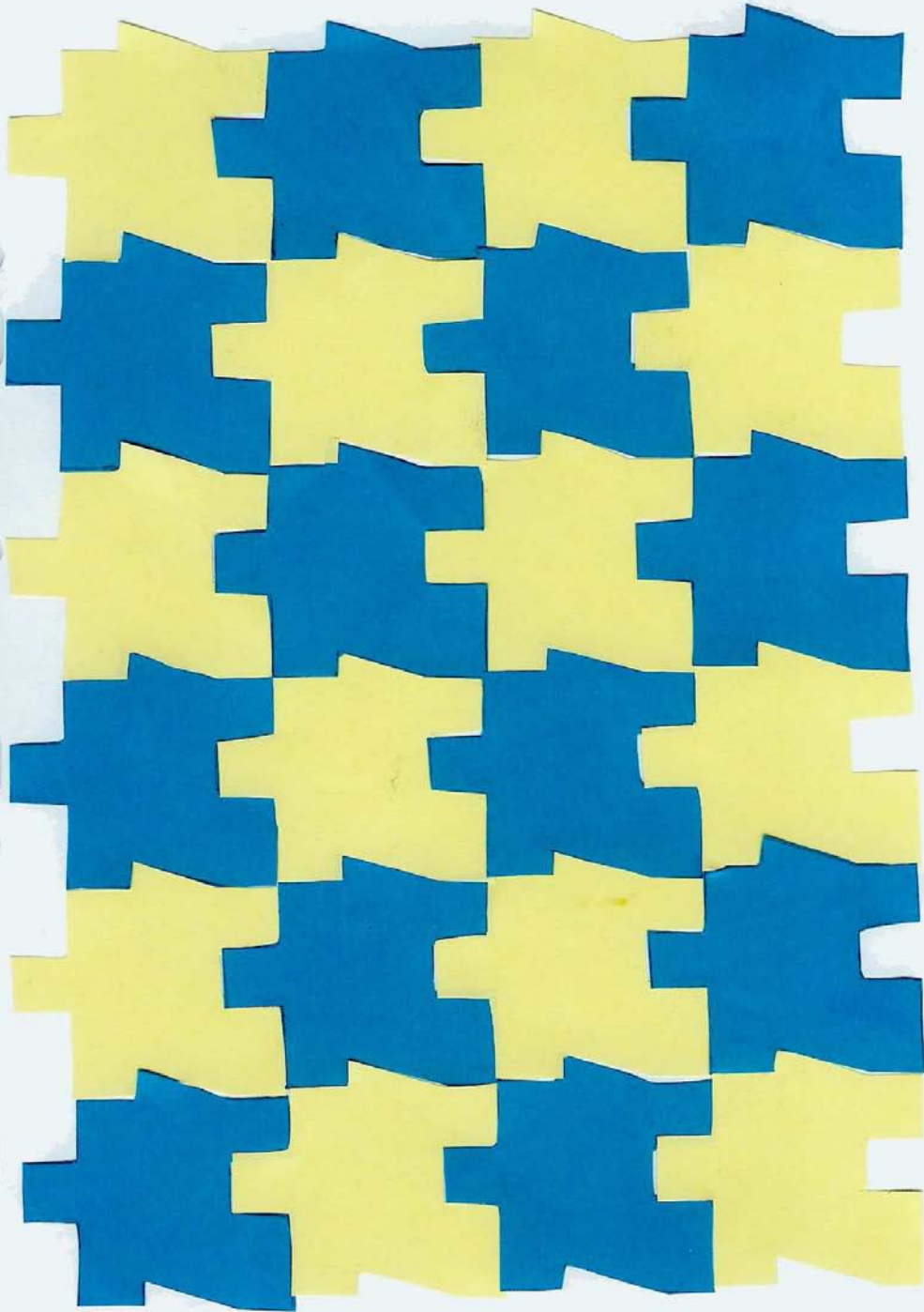
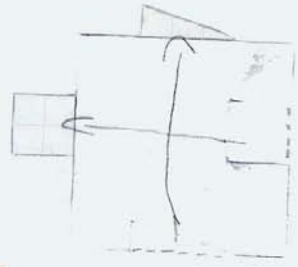
La forme est travaillée sur quadrillage, puis fabrication d'un gabarit cartonné, gabarit qui est ensuite reproduit sur feuilles de couleurs.



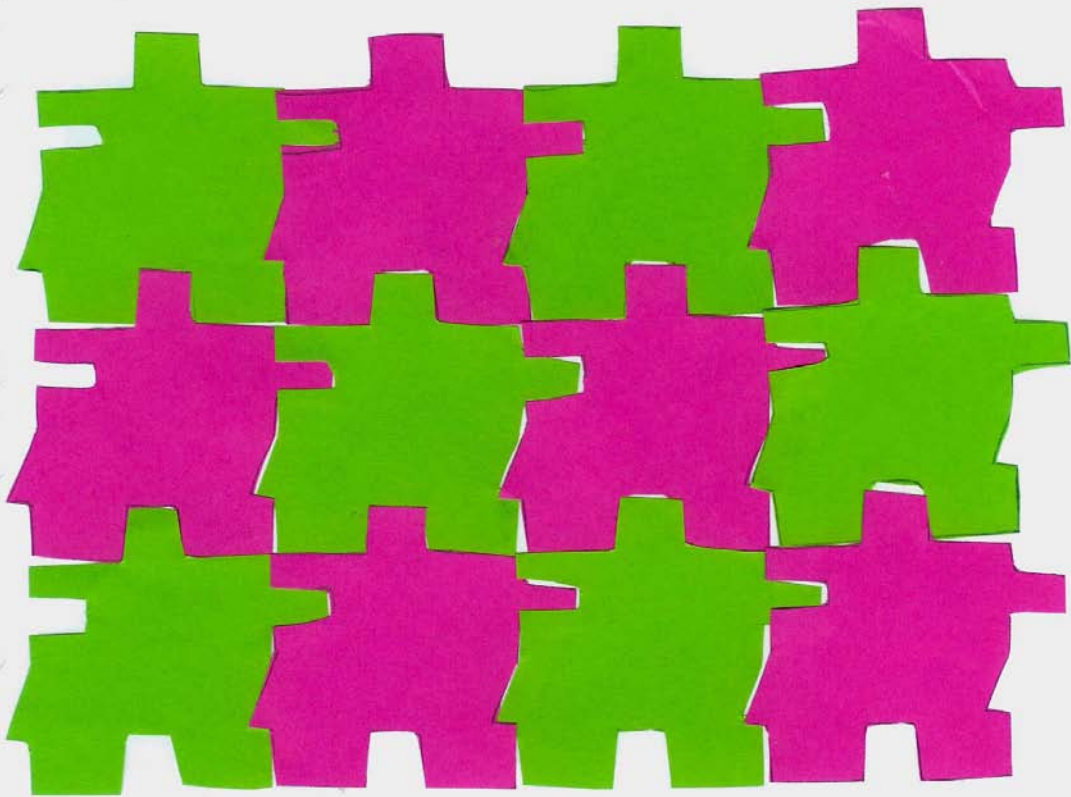
Remarques : 1) l'enseignante s'est heurtée à des problèmes de précision dans le tracé, puis dans le découpage –que ce soit pour le gabarit ou pour les mailles à coller-.

2) compte tenu du fait que ce serait découpé, certains motifs, justes, ont été éliminés car après découpage, les pièces constituant le motif n'auraient été tenues ensemble que par un seul point.

Le pavage du plan.
2 couleurs - 1 forme.

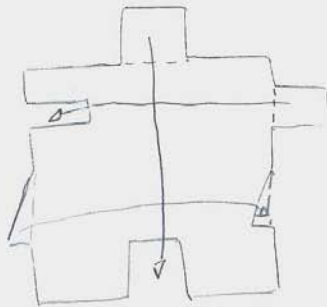


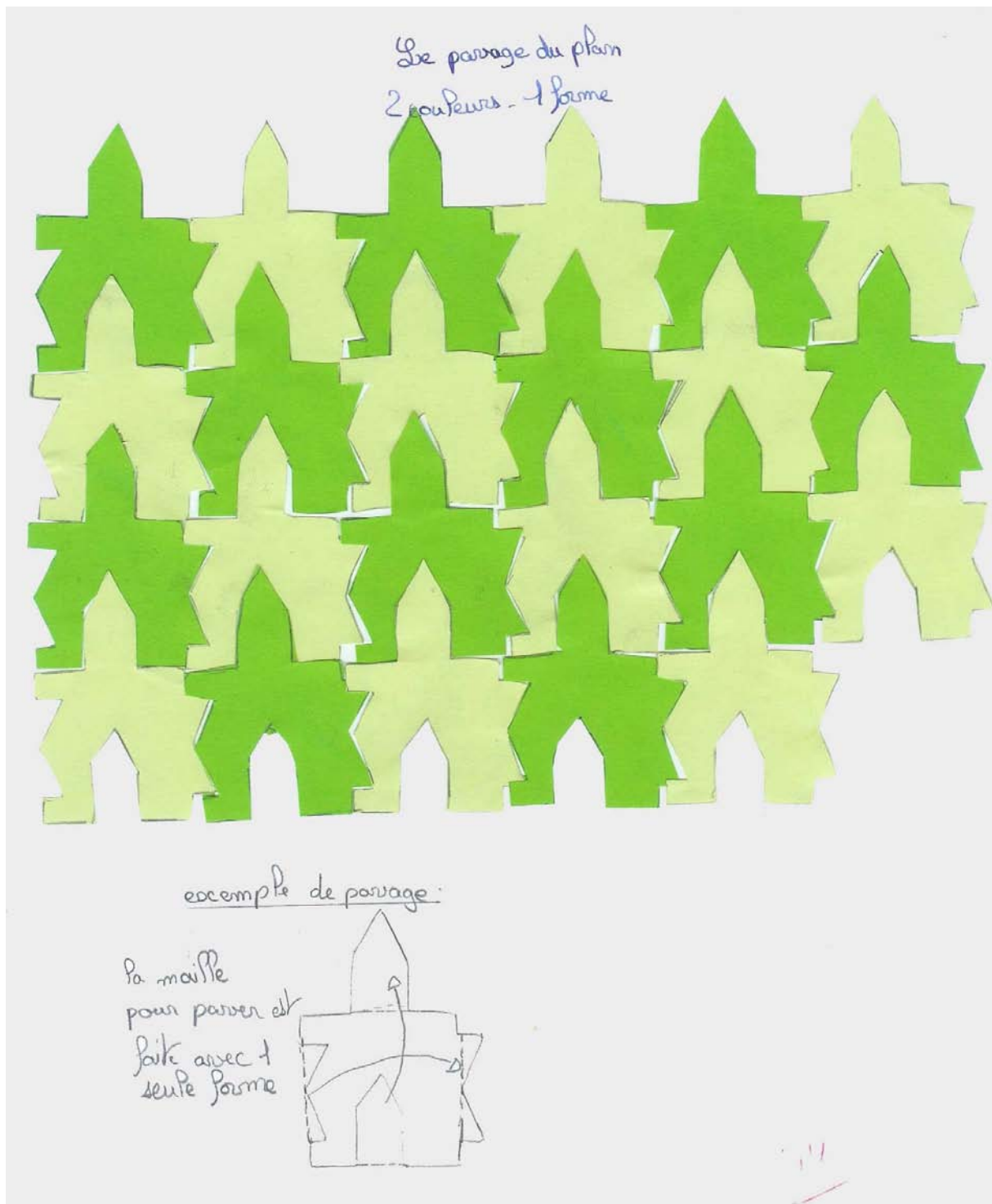
Le pavage du plan
2 couleurs. 1 forme



exemple de pavage.

La maille
pour paver
est faite
avec une
seule
forme.





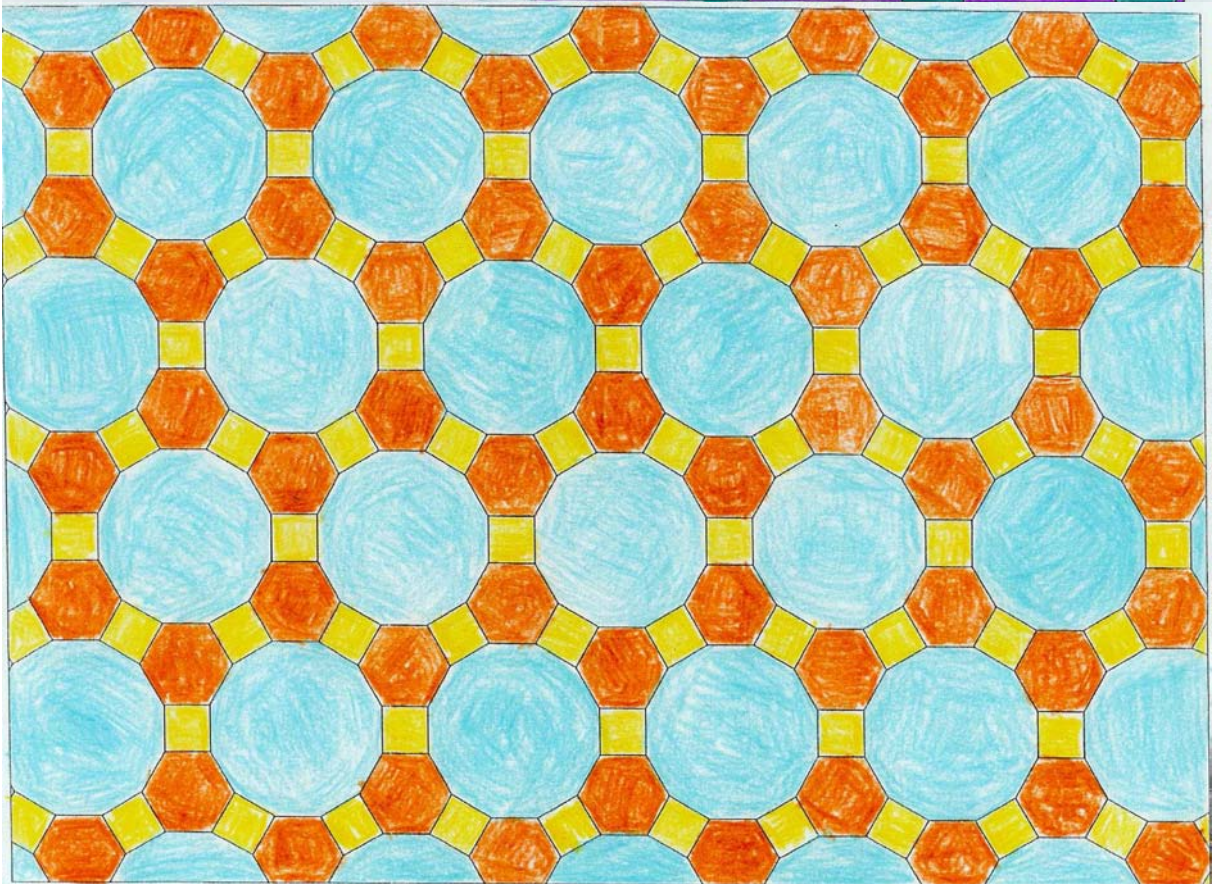
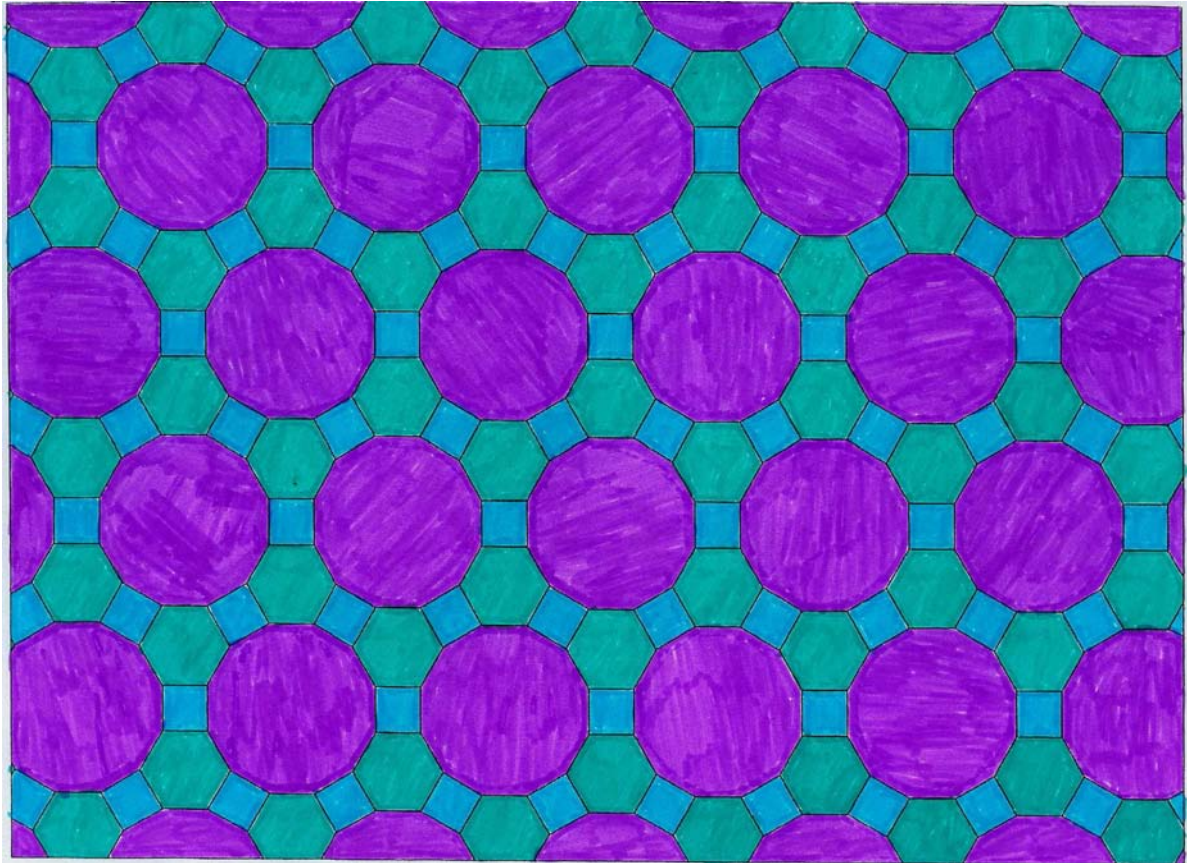
3^{ème} activité :

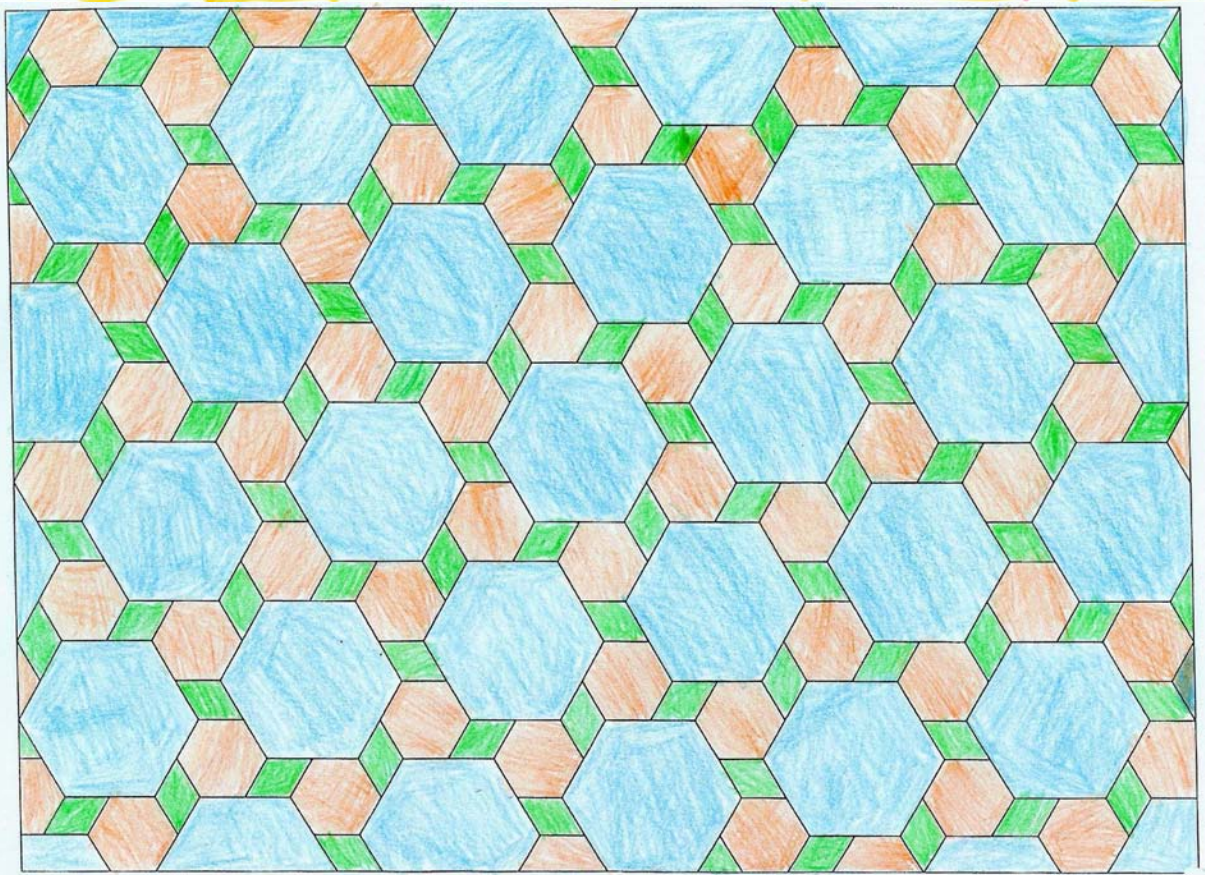
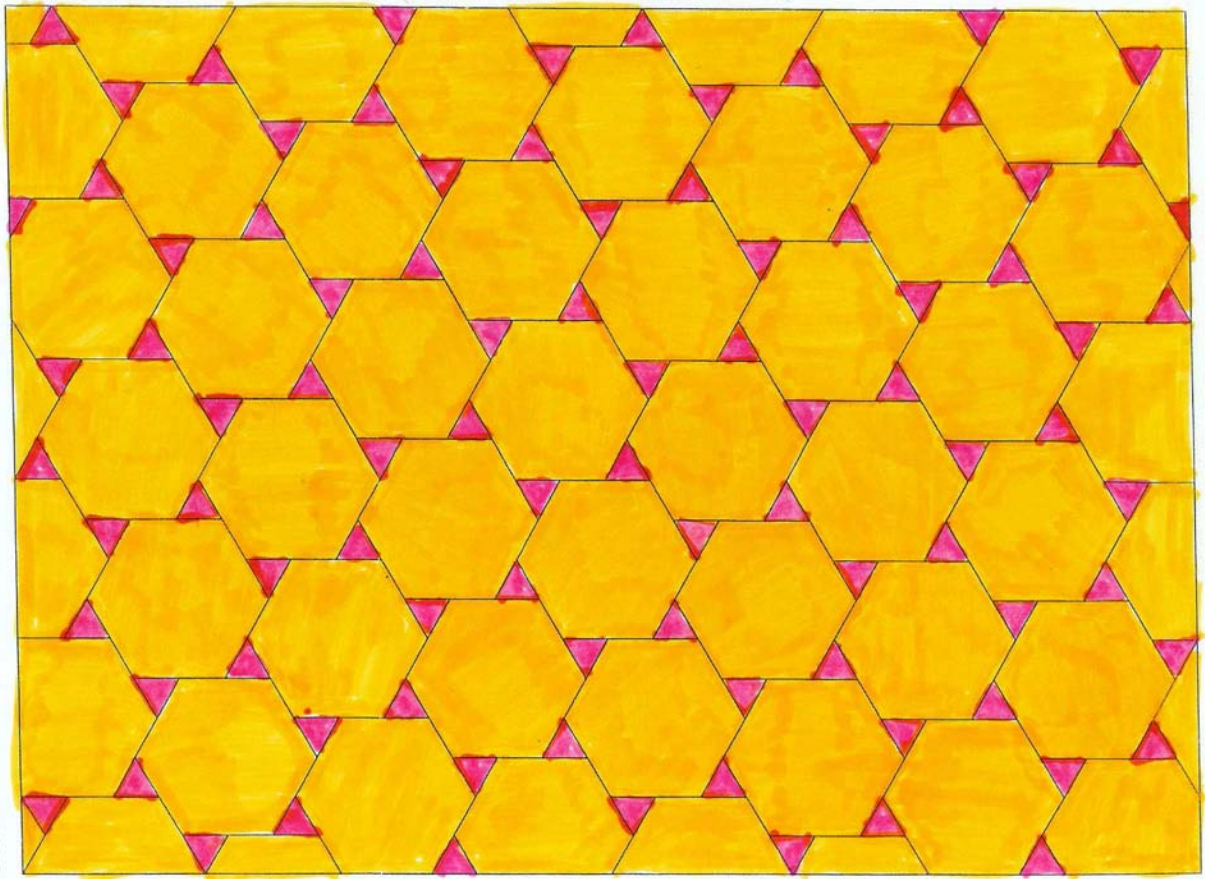
deux sortes de squelettes de pavages sont donnés :

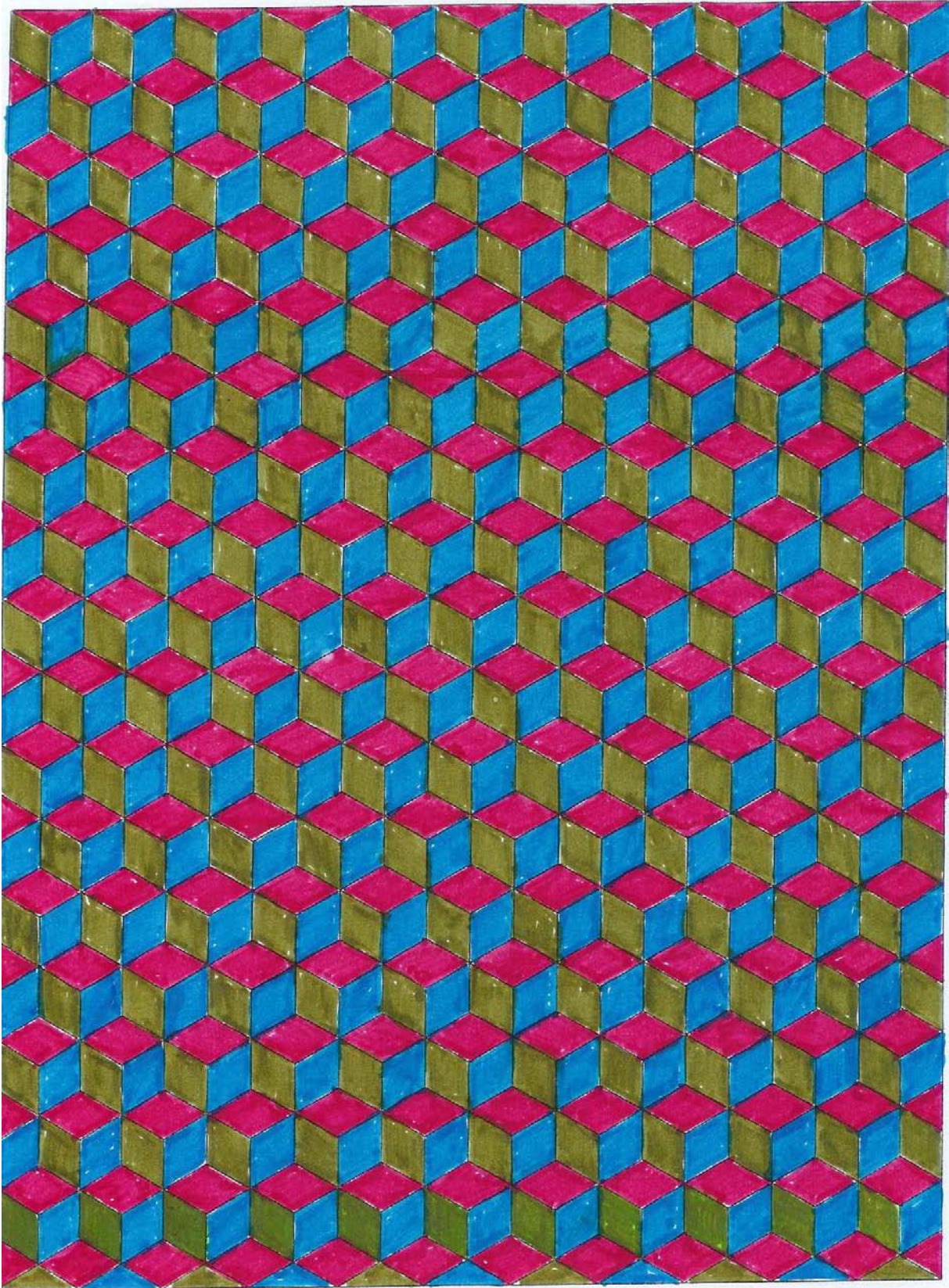
1) pavages semi-réguliers :

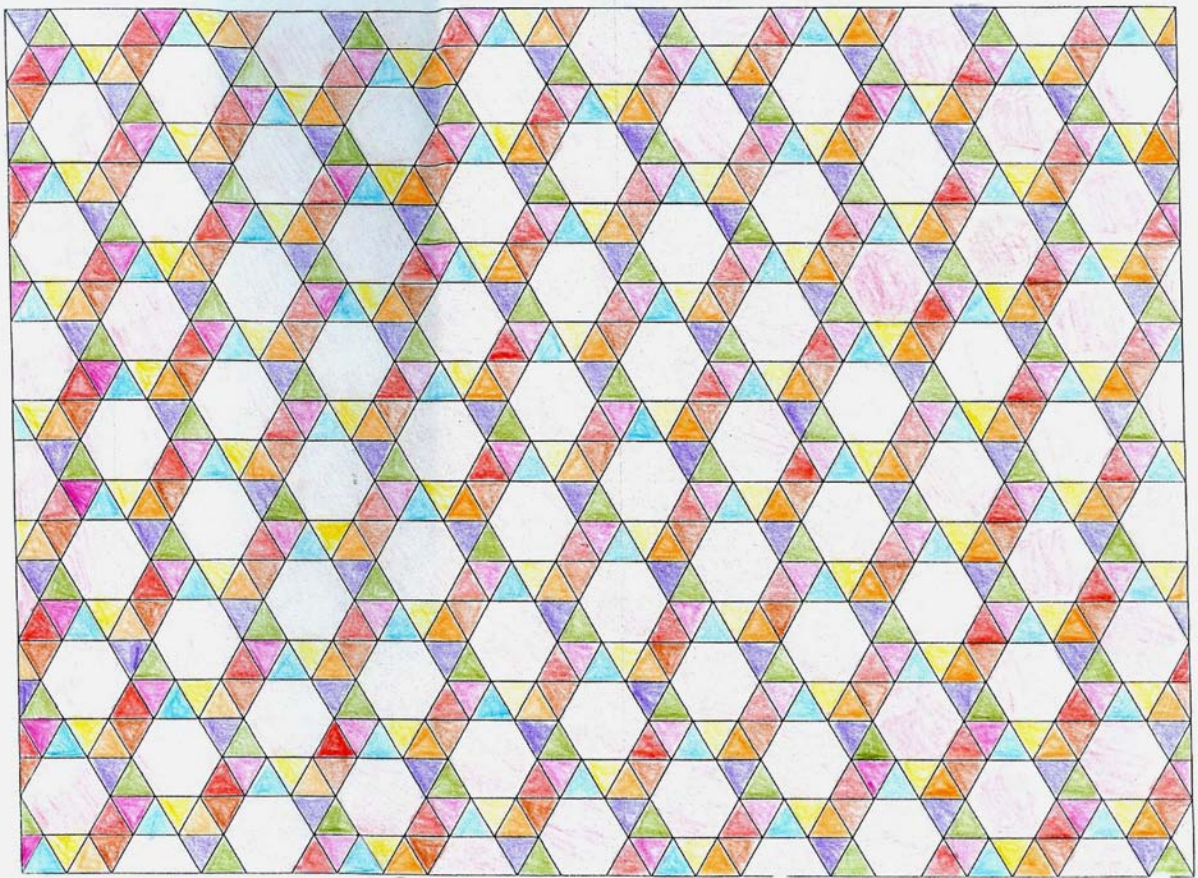
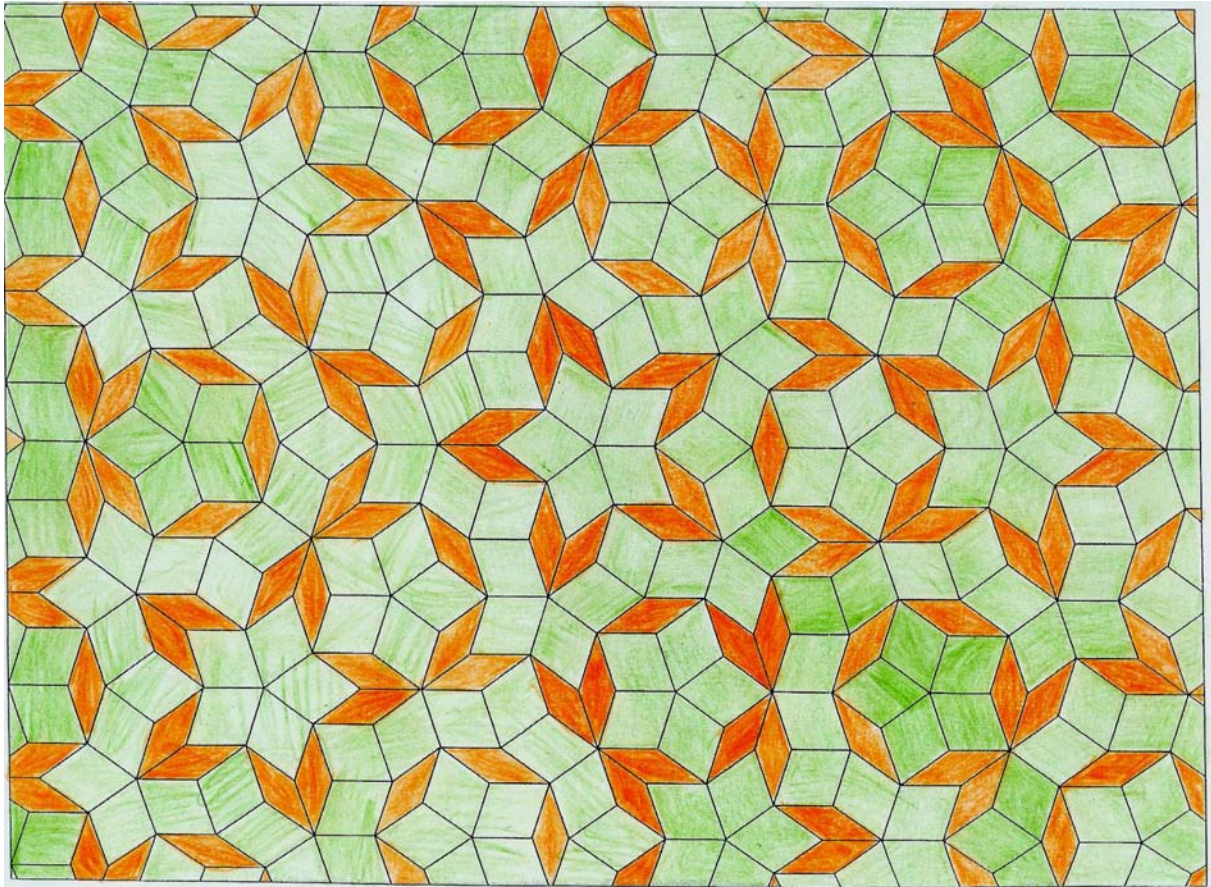
consigne : reconnaître la maille, indiquer combien de formes la constituent et distinguer les différents polygones, dont on cite le nom (oralement seulement). La maille a été montrée au tbi avec le doigt, sans être notée sur le dessin.

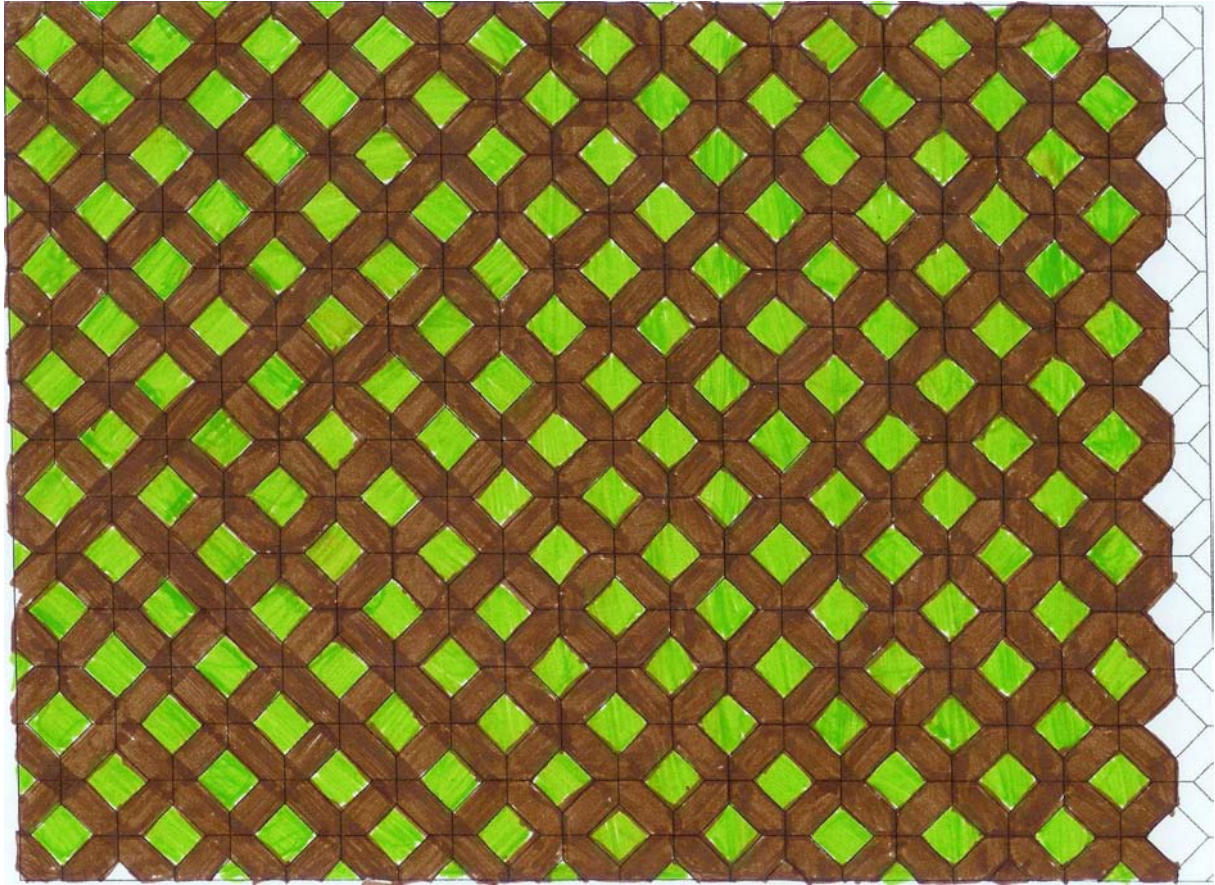
Coloriage réalisé pendant les vacances.











2) motif personnage « chinois » : consigne : colorier de la même couleur les motifs orientés de la même manière (orientés « dans le même sens »).
Un groupe d'élèves au tbi, tous les élèves colorient pendant les vacances.

Remarque : ce genre d'activité peut être proposé à de jeunes enfants, cela peut aider à la latéralisation.





4^{ème} activité

les élèves reçoivent plusieurs feuilles d'un même motif répété, du même motif symétrisé par rapport à un axe qui borde le motif. Les élèves découpent. Après

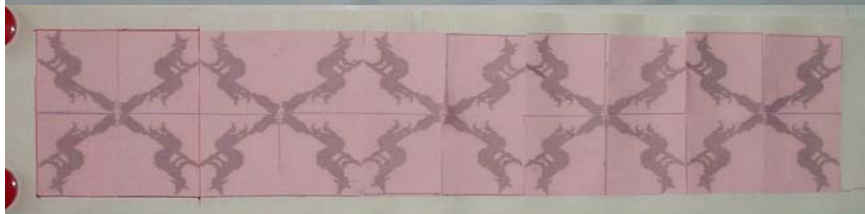
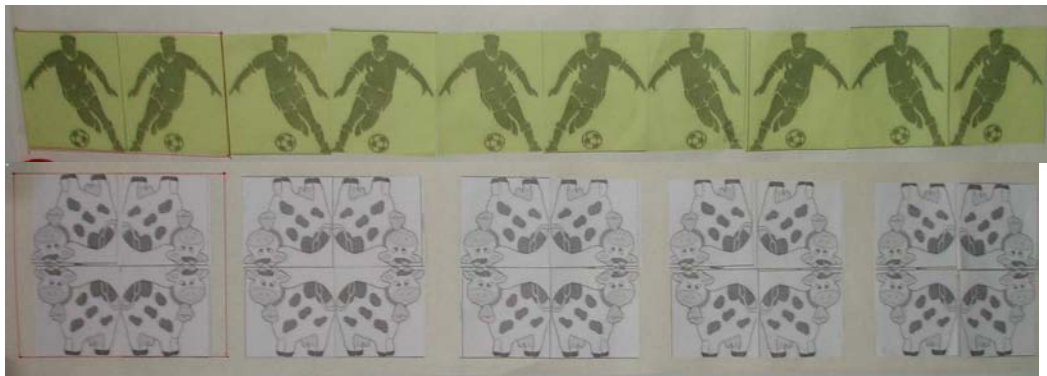
découpage, il a fallu faire un tri des différents motifs selon l'orientation (motif et son « symétrique par rapport à un axe vertical » disent les élèves)

consigne : avec ces deux motifs, fabriquer une maille qui sera reproduite pour réaliser une frise. Lorsqu'une maille est prête, elle est affichée au tableau et, dans un premier temps, la frise n'est complétée, en collant cinq motifs, que si ce genre de maille n'avait pas encore été trouvé auparavant. Lorsque la frise est terminée, la maille est entourée en rouge (sauf pour un groupe qui n'a pas su le faire pour cause de chevauchement).

Finalement, tous les groupes ont complété leur frise.

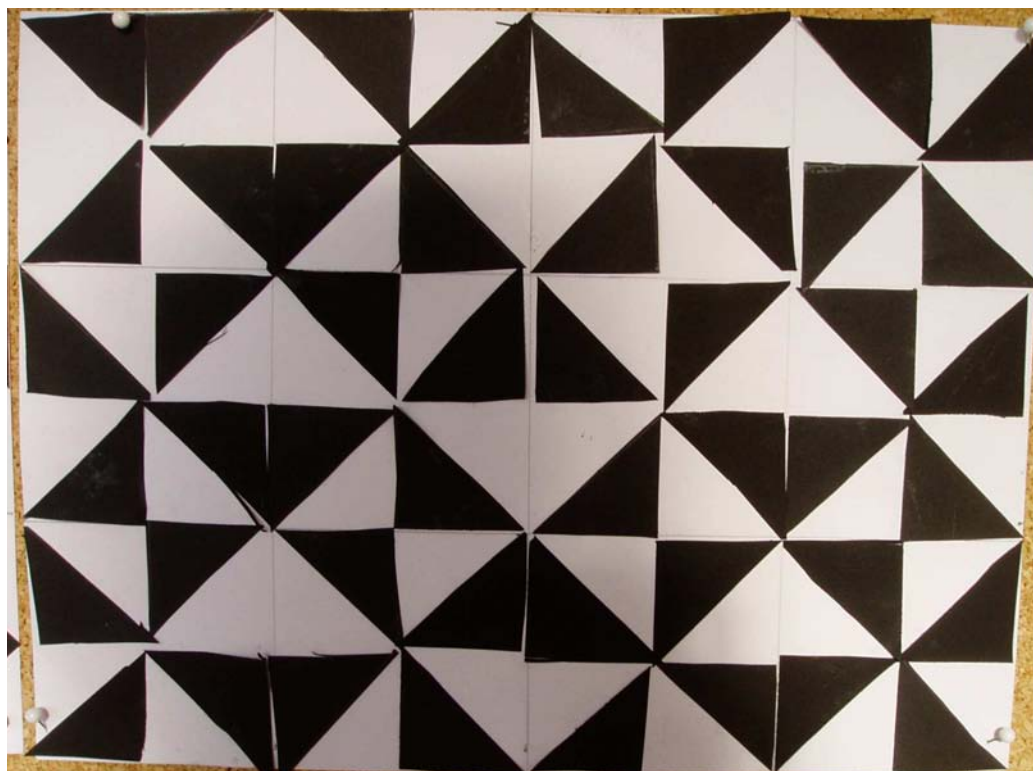
Cinq types de frises ont été trouvés : simple, SAV+SAH, SAV, SA+g, SC (parmi les 7 types de frises, il manque SAH et SC+SAV)

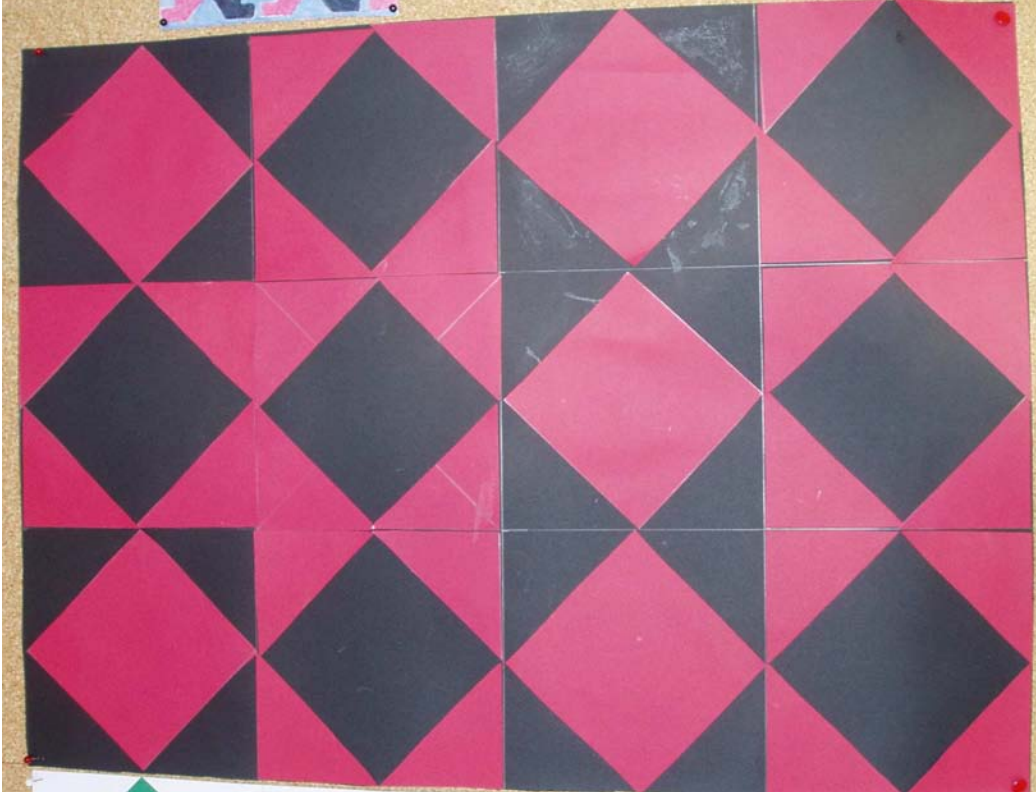
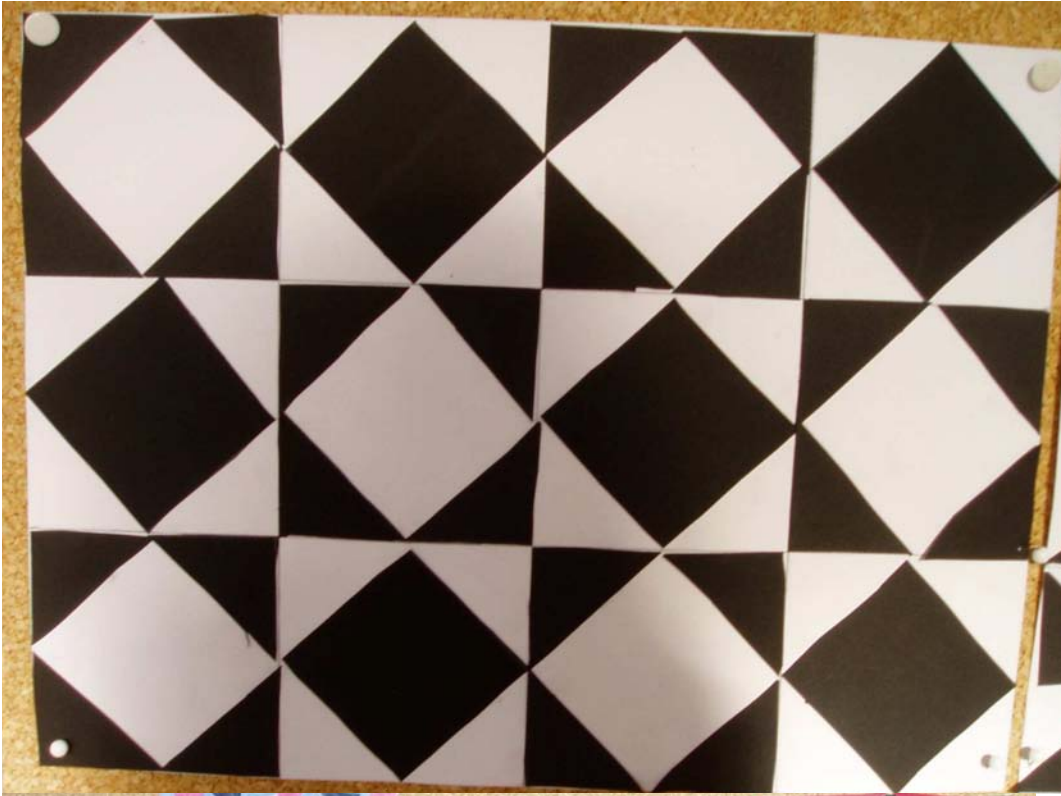
Remarque : une difficulté pour l'enseignant de donner une consigne suffisamment précise mathématiquement pour obtenir une frise, en effet, certains groupes ont défini une maille à partir de SC+SAV mais ils n'obtiennent qu'un motif triple (au lieu d'un motif quadruple)

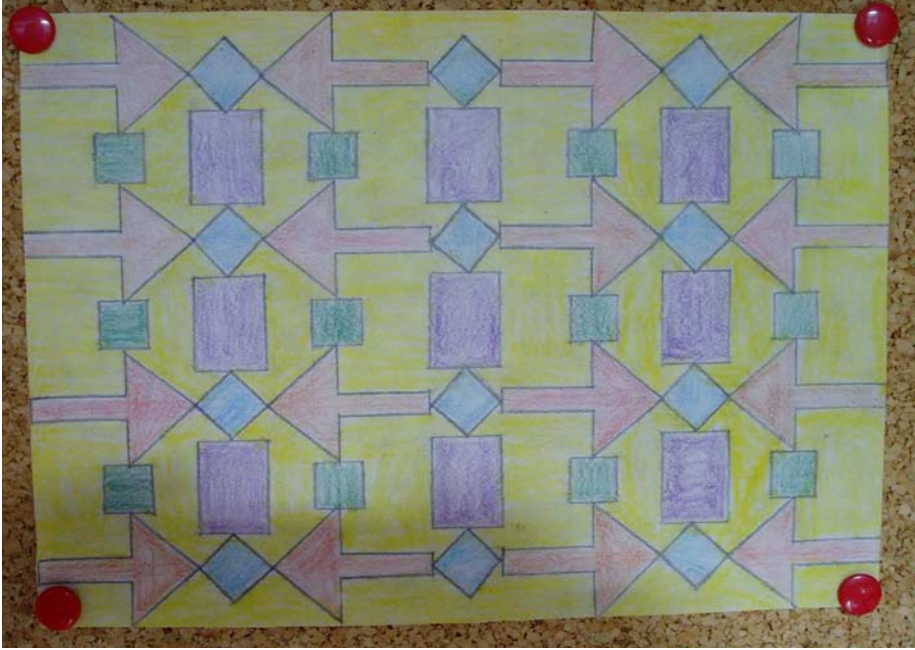


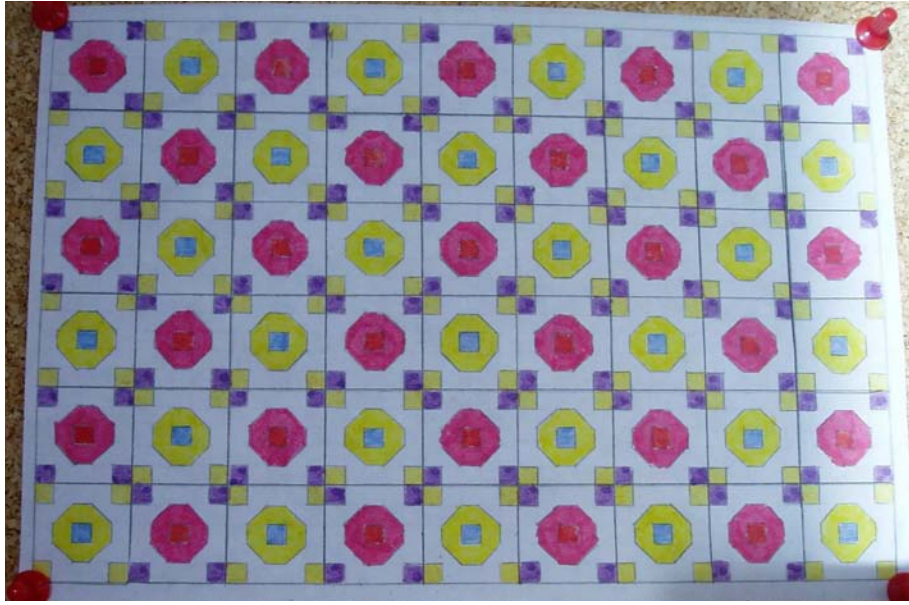


d'autres activités géométriques ont été menées avec cette classe, au dbut de l'année, qui n'étaient pas forcément rattachées au projet pavages mais qui peuvent aisément en faire partie :









Futures activités

Conclusion : évaluation de ces activités